

Том 21
Номер 2

eISSN 2658–5782

2026

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

электронный
научный журнал

MULTIPHASE
SYSTEMS

online
journal

<https://multiphasesystems.online>



Институт
механики
им. Р.Р. Мавлютова



Определение объёмного распределения электромагнитного поля по данным диэлектрического нагрева

Б.А. Усманов✉, Р.Р. Галеев, А.А. Мусин, Р.Р. Зиннатуллин

Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Российская Федерация

E-mail: bulatusman@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена разработке метода определения объёмного распределения напряжённости электромагнитного поля в цилиндрической камере по данным многоканальной термометрии диэлектрической среды. Актуальность работы обусловлена необходимостью точного описания распределения электромагнитного поля при решении задач диэлектрического нагрева высоковязких нефтей и нефтематеринских пород методами СВЧ-воздействия. Предложенный подход основан на совместном использовании уравнения теплопроводности с распределёнными источниками тепла и выражения для удельной мощности поглощения электромагнитной волны диэлектрической средой, что позволяет решить обратную задачу и восстановить пространственное распределение поля по данным температурного нагрева. Для экспериментальной проверки метода были проведены две серии опытов по нагреву воды СВЧ-полем частотой 2.45 ГГц и мощностью 800 Вт в металлической трубе длиной 40 см при двух конфигурациях источника: боковой и радиально-симметричной. Температура воды в 16-секционной ёмкости измерялась тепловизором, обработка показаний которого осуществлялась методами цифровой обработки изображений. Полученные данные были использованы для восстановления пространственного распределения квадрата напряжённости электрического поля по координатным применением метода Гаусса–Ньютона. Показано, что при боковой конфигурации поле отличается выраженной нерегулярностью за исключением периодической зависимости от угловой координаты, тогда как при радиально-симметричной конфигурации наблюдается более упорядоченное и симметричное распределение с ярко выраженной периодической зависимостью от вертикальной координаты. Предложенный метод позволяет строить трёхмерную картину распределения электромагнитного поля и может быть использован для параметрической идентификации теплофизических моделей диэлектрического нагрева пористых сред.

Ключевые слова: СВЧ-электромагнитное поле; диэлектрический нагрев; 3D печать; цифровая обработка изображений; обратная задача

Финансирование: Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-11-20042.

Цитирование: Усманов БА, Галеев РР, Мусин АА, Зиннатуллин РР. Определение объёмного распределения электромагнитного поля по данным диэлектрического нагрева. *Многофазные системы*. 2026;21(2):65–71.

Determination of volumetric electromagnetic field distribution from dielectric heating data

B.A. Usmanov✉, R.R. Galeev, A.A. Musin, R.R. Zinnatullin

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation

E-mail: bulatusman@mail.ru

Abstract. This work presents a method for determining the volumetric distribution of electromagnetic field strength in a cylindrical chamber using multi-channel thermometry data of a dielectric medium. The relevance of the work is driven by the need for accurate characterization of electromagnetic field distribution in problems of microwave dielectric heating of high-viscosity oils and source rocks. The proposed approach combines the heat conduction equation with distributed heat sources and the formula for specific power absorption of an electromagnetic wave by a dielectric medium, enabling the solution of an inverse problem to reconstruct the spatial field distribution from temperature data. Two series of experiments were carried out: water was heated by a 2.45 GHz microwave field (800 W) in a 40 cm metallic pipe under two source configurations — lateral and radially symmetric. Water temperature in a 16-compartment container was measured with a thermal camera, and the readings were processed using digital image processing methods. The obtained data were used to reconstruct the spatial distribution of the squared electric field strength by coordinate-wise application of the Gauss-Newton method. It was found that the lateral configuration yields a highly irregular field pattern, with the exception of a periodic dependence on the angular coordinate, while the radially symmetric configuration produces a more ordered and symmetric distribution with a pronounced periodic dependence on the vertical coordinate. The proposed method enables three-dimensional mapping of the electromagnetic field and can be applied for parametric identification of thermophysical models of microwave heating in porous media.

Keywords: microwave electromagnetic field; dielectric heating; 3D printing; digital image processing; inverse problem

Funding: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 22-11-20042.

Cite: Usmanov BA, Galeev RR, Musin AA, Zinnatullin RR. Determination of volumetric electromagnetic field distribution from dielectric heating data. *Multiphase Systems*. 2026;21(2):65–71.

1. Введение

В условиях постепенного истощения мировых запасов традиционных углеводородов и перехода к разработке трудноизвлекаемых ресурсов, таких как высоковязкая нефть, природные битумы и нефтематеринские породы (в частности, баженовская свита), разработка новых методов интенсификации добычи приобретает критическое значение [1, 2]. Традиционные тепловые методы, основанные на закачке пара, часто ограничены глубиной залегания пластов, их малой мощностью или низкой приемистостью [3, 4]. В качестве эффективной альтернативы рассматриваются методы электромагнитного (ЭМ) воздействия, которые позволяют доставлять тепловую энергию непосредственно в объем пласта без необходимости использования теплоносителя [5].

Физическая сущность высокочастотного (ВЧ) и сверхвысокочастотного (СВЧ) нагрева заключается в диссипации энергии электромагнитного поля за счёт ориентационной поляризации полярных молекул среды (воды, асфальтенов, смол) [1, 6]. Удельная мощность внутренних источников тепла в этом случае прямо пропорциональна частоте поля и квадрату напряжённости электрического поля [1]. Для нефтематеринских пород такое воздействие способствует не только снижению вязкости флюидов, но и пиролизу керогена с образованием синтетической нефти, а также возникновению температурных напряжений, приводящих к растрескиванию породы и росту её проницаемости [2, 6].

Математическое моделирование процессов ЭМ-нагрева представляет собой сложную сопряжённую задачу электродинамики и теплопереноса [7]. Описание процесса осложняется многофазностью среды, наличием фазовых переходов и зависимостью диэлектрических свойств компонентов от температуры [6, 8]. Существующие модели часто рассматривают среду как квазиоднородную с осреднёнными характеристиками, однако точность таких моделей критически зависит от достоверности задания распределения электромагнитного поля внутри пласта или технологической установки [5, 9].

При использовании СВЧ-излучателей в ограниченных объёмах (трубопроводах или лабораторных ячейках) конструкции фактически выполняют роль волноводов. Обзор экспериментальных работ по электромагнитному нагреву высоковязких нефтей и битумов [10] показывает, что недостаточное понимание пространственного распределения поля остаётся одним из ключевых ограничений для практического применения метода. Характер этого распределения и формирование зон интерференции (стоячих волн) сильно зависят от геометрии системы и расположения источника излуче-

ния [1, 9]. В частности, численный анализ распределения электрического поля в волноводной системе СВЧ-нагрева демонстрирует, что при распространении доминирующей моды вдоль волновода возникают характерные периодические зоны усиленного нагрева, конфигурация которых существенно определяется геометрическими параметрами установки [11]. Таким образом, актуальной задачей являются оперативная визуализация и количественная оценка объёмного распределения поля, что необходимо для идентификации параметров теплофизических моделей и оптимизации режимов нагрева [8, 9].

Для экспериментальной апробации метода в качестве индикаторной среды была выбрана вода — вещество с хорошо изученными диэлектрическими свойствами. Комплексная диэлектрическая проницаемость воды в широком диапазоне частот и температур систематически описана в работе [12] на основе модели Дебая, что обеспечивает надёжную базу для расчёта удельного поглощения ЭМ энергии. Конкретные значения диэлектрических параметров воды на частоте 2.45 ГГц, применяемые в настоящей работе, взяты из [13].

Настоящая работа посвящена развитию метода восстановления объёмной картины распределения напряжённости электромагнитного поля в цилиндрической структуре на основе данных многоканальной термометрии среды, нагреваемой искомым электромагнитным полем.

2. Математическая модель

Для количественного описания теплового воздействия ЭМП на диэлектрическую среду необходима математическая модель, связывающая параметры поля с наблюдаемым температурным откликом. Полная постановка задачи включает сопряжённое решение уравнений Максвелла и нестационарного теплопереноса с учётом многофазности среды, фазовых переходов и зависимости диэлектрических свойств компонентов от температуры [6, 8], что делает прямое численное решение трудоёмким и требует исчерпывающей информации обо всех параметрах системы. В настоящей работе принят упрощённый подход: среда рассматривается как квазиоднородная с осреднёнными диэлектрическими свойствами, что позволяет разделить задачи определения пространственного распределения поля и расчёта теплопереноса. В рамках этого приближения тепловое воздействие ЭМП описывается уравнением теплопроводности с распределёнными источниками тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \Delta T + \frac{q}{c\rho}, \quad (1)$$

где c_p — объёмная теплоемкость; λ — коэффициент теплопроводности; q — плотность распределённых источников тепла.

Для расчёта распределённых источников тепла используется формула, напрямую содержащая в себе параметры искомого электромагнитного поля [14]:

$$q = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon' \operatorname{tg} \delta}{2} |E_0|^2, \tag{2}$$

где E_0 — напряжённость ЭМП; ϵ_0 — электрическая постоянная; ϵ' — диэлектрическая проницаемость; $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь; ω — циклическая частота поля.

Совмещение формул (1) и (2) позволяет определить распределение ЭМ волны по термометрическим данным среды, находящейся под ЭМ воздействием. Имея данные диэлектрического нагрева среды с известными диэлектрическими свойствами [13], можно решить обратную задачу для определения напряжённости ЭМП в точках измерения температуры. Затем, получив зависимости этих значений от пространственных координат, построить распределение поля во всём исследуемом объёме.

3. Экспериментальная методика

В рамках настоящей работы было проведено 2 серии экспериментов по нагреву воды СВЧ-полем на специально разработанной экспериментальной установке (рис. 1). Поле излучалось магнетроном с частотой 2.45 ГГц (длина волны 12.2 см) и выходной мощностью излучения 800 Вт. Антенна магнетрона помещалась в металлическую трубу длиной 40 см и внутренним диаметром 10 см. Во время работы магнетрона верхняя часть трубы накрывалась защитной металлической решёткой, соответственно, внутри формировалась стоячая волна, сформированная как падающим, так и отражённым излучением. В первой конфигурации установки источник излучения располагался сбоку, а во второй — снизу.

Для учёта неоднородности ЭМП жидкость помещалась в изготовленную методом 3D-печати радиопро-

зрачную ёмкость диаметром 10 см, состоящую из 16 секций с одинаковым объёмом (4 мл). Этот объём достаточно мал для того, чтобы распределение температуры внутри секций можно было считать однородным, соответственно, уравнение (1) можно упростить, исключив слагаемое теплопроводности. ЭМ воздействие длилось 20 с, что позволило пренебречь теплопроводностью между разделёнными перегородками секциями, изменением диэлектрических свойств воды из-за роста температуры и неоднородностью нагрева по высоте, связанной с затуханием волны по мере прохождения через среду. Таким образом, из формул (1) и (2) мы получили следующее выражение для квадрата напряжённости электрического поля:

$$|E_0|^2 = \frac{2c_p \frac{\Delta T}{\Delta t}}{\omega \epsilon_0 \epsilon' \operatorname{tg} \delta} \tag{3}$$

Для получения объёмной картины ЭМ воздействие и замер температуры проводились на разных расстояниях от источника. Фактически мы получали «срезы» распределения ЭМП по длине трубы. При этом до достижения секционной ёмкости волна распространялась по длине трубы свободно. Распределение температуры в секциях ёмкости после ЭМ воздействия измерялось тепловизором. За температуру секции бралась температура в её геометрическом центре. Количественная обработка показаний тепловизора осуществлялась методами цифровой обработки изображений. Исходный снимок конвертировался в оттенки серого, затем полученное монохромное распределение яркостей сопоставлялось с аналогично преобразованной цветовой шкалой тепловизора, присутствующей на том же изображении. Соответствие между значением яркости пикселя, теперь выраженным лишь одним числом, и температурой устанавливалось путём интерполяции по шкале, что позволило перевести распределение интенсивности в распределение температур.

4. Результаты и обсуждение

Полученные в ходе двух серий экспериментов данные позволили провести сравнительный анализ пространственного распределения ЭМП при боковой и радиально-симметричной конфигурациях установки. На рис. 2 приведены снимки тепловизора для обеих конфигураций установки на расстоянии 18 см от источника излучения. Подробные распределения температуры по угловой координате и по длине трубы при боковой и радиально-симметричной конфигурациях представлены на рис. 3 и рис. 4 соответственно.

Тепловизионные снимки ёмкости непосредственно после ЭМ воздействия (рис. 2) демонстрируют качественные различия в характере нагрева: при боковой конфигурации (рис. 2(а)) наблюдается угловая асимметрия с ярко выраженной периодической зависимостью по угловой координата, тогда как при радиально-симметричной конфигурации (рис. 2(б)) температурное распределение по ней равномерно.

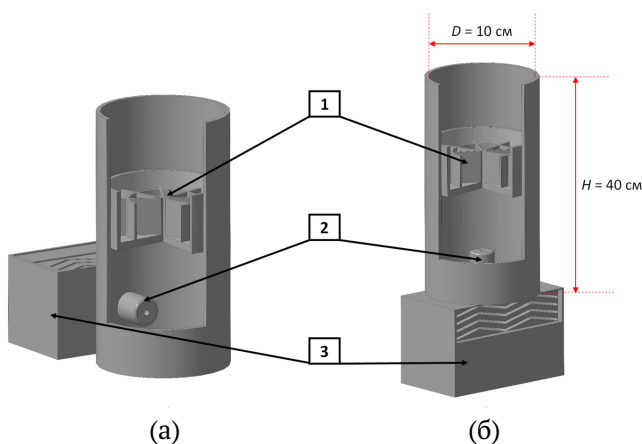


Рис. 1. 3D модель экспериментальной установки в боковой (а) и радиально-симметричной (б) конфигурациях: 1 — секционная ёмкость, 2 — антенна магнетрона, 3 — магнетрон

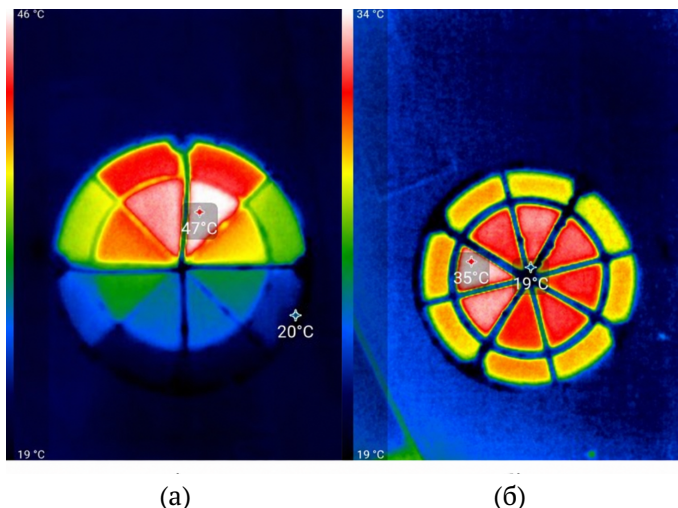


Рис. 2. Показания тепловизора для боковой (а) и радиально-симметричной (б) конфигураций установки на расстоянии 18 см от источника излучения после 20 с ЭМ обработки

Из рис. 4 (в,г) видно, что при радиально-симметричной конфигурации установки поле становится более упорядоченным по мере распространения по длине трубы. На более удалённых участках наблюдается периодическая зависимость от вертикальной координаты, при этом период зависимости почти совпадает с длиной СВЧ-волны (12.2 см). Угловое распределение

остаётся радиально-симметричным (рис.4 (а,б)), различия в температуре в разных секциях на одной и той же высоте остаются в пределах погрешности. При боковой конфигурации наблюдается периодическая зависимость от угловой координаты (рис.3 (а,б)). На рис. 3 (в,г) не наблюдается очевидных закономерностей от вертикальной координаты. Тем не менее, можно заметить, что пики достигаемых температур как для внутренних, так и для внешних секций, во-первых, значительно выше, чем таковые для радиально-симметричной конфигурации, а во-вторых, они оказались на наименьшем расстоянии от антенны магнетрона (1 см), в то время как при радиально-симметричной конфигурации на том же расстоянии нагрева не было вовсе. В случае с радиально-симметричной конфигурацией это может объясняться тем, что волна выходит из антенны преимущественно в магнитной фазе, а в случае с боковой это может объясняться множественным наложением поперечно отражённых волн.

Для визуализации результатов полученные значения изменения температуры после ЭМ воздействия были использованы для расчёта значений напряжённости ЭМП в точках по всему объёму трубы по формуле (3). В цилиндрической системе координат наблюдалась периодическая зависимость по угловой координате при боковой конфигурации и по вертикальной координате при радиально-симметричной. Таким образом, в качестве объёмных функций были выбраны синусоиды от

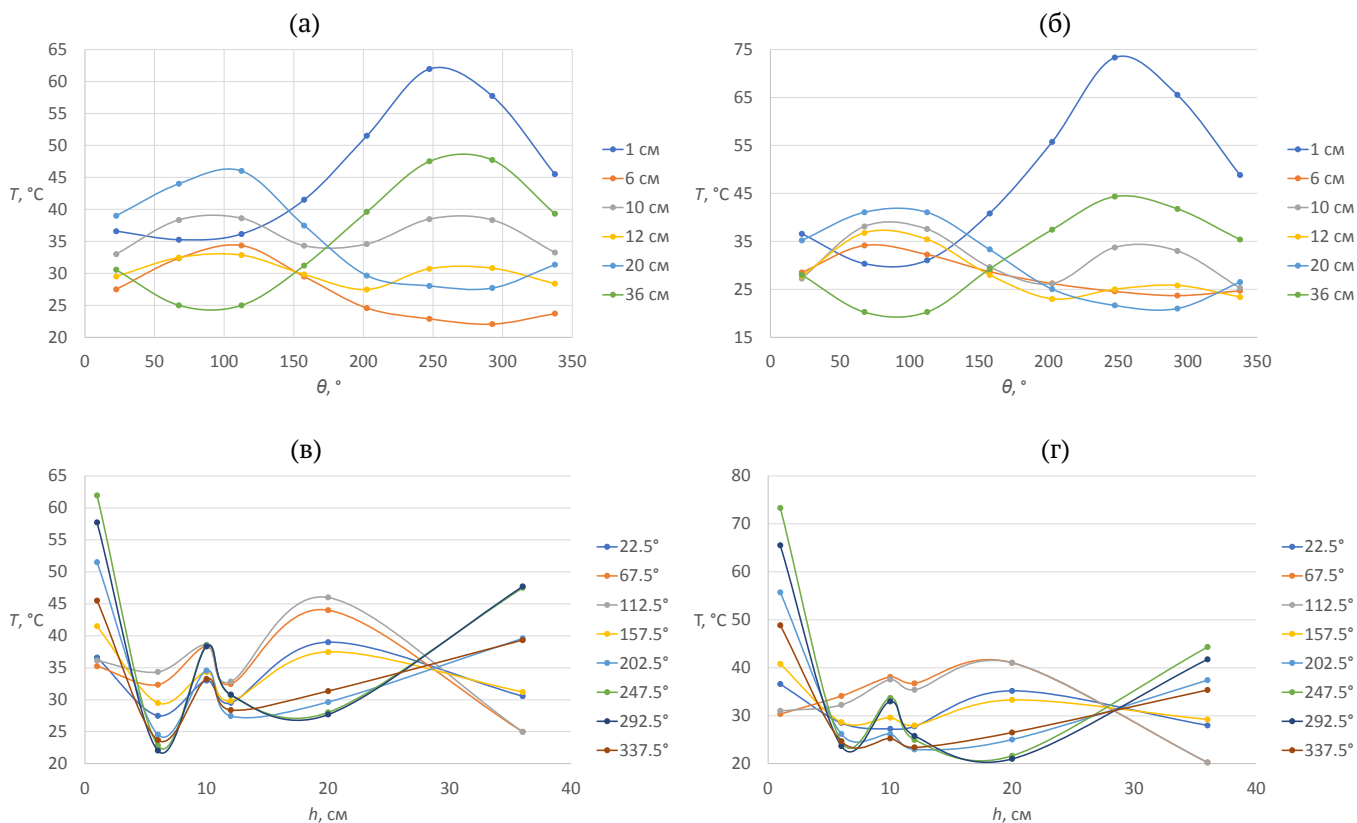


Рис. 3. Распределение температуры по угловой (а, б) и вертикальной (в, г) координатам при боковой конфигурации установки: а, в – внутренние секции, б, г – внешние секции

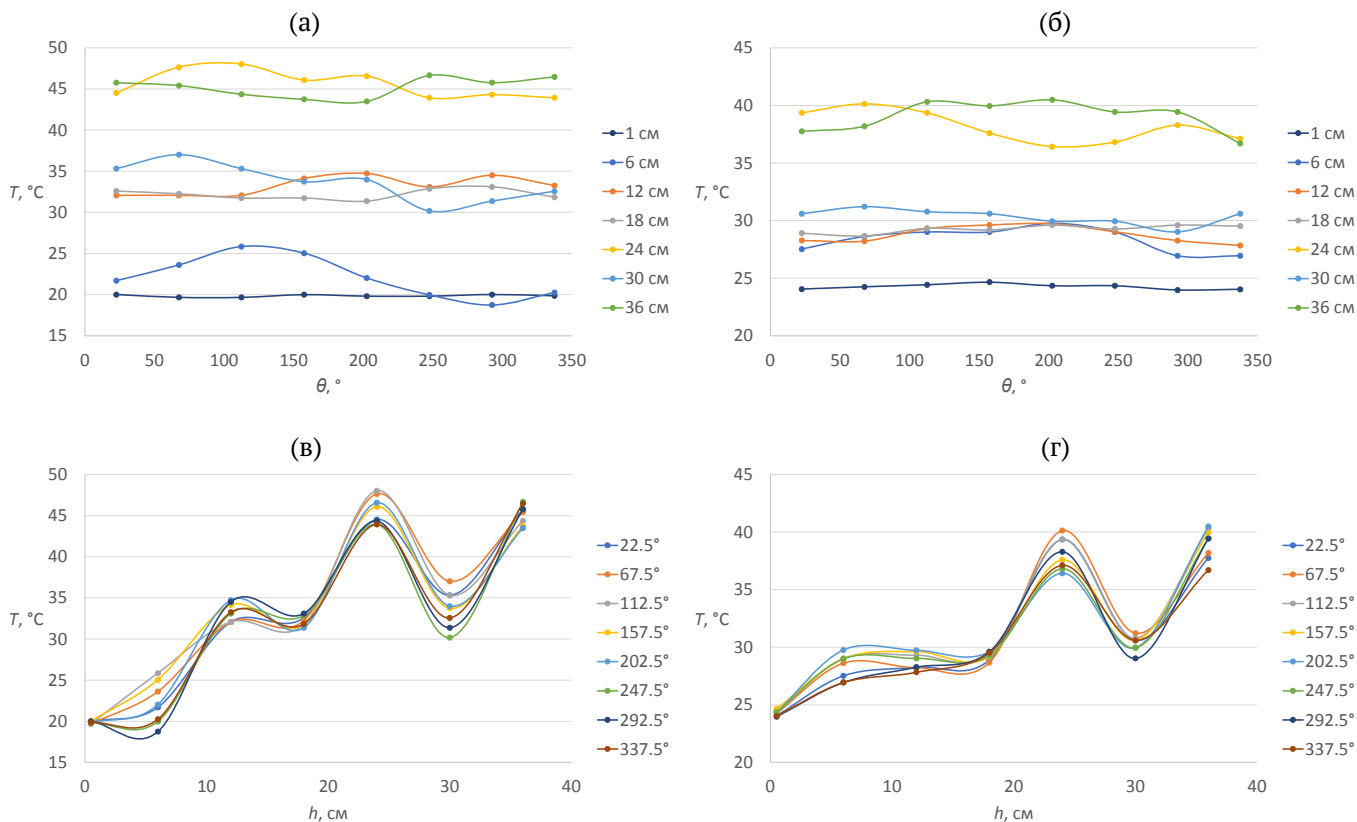


Рис. 4. Распределение температуры по угловой (а, б) и вертикальной (в, г) координатам при радиально-симметричной конфигурации установки: а, в – внутренние секции, б, г – внешние секции

соответствующих координат с коэффициентами, зависящими от остальных координат:

$$|E_0|^2 = a(r, h) \sin(b(r, h) + c(r, h)) + d(r, h), \quad (4)$$

$$|E_0|^2 = a(r, \theta) \sin(b(r, \theta) + c(r, \theta)) + d(r, \theta). \quad (5)$$

При помощи метода Гаусса–Ньютона была проведена последовательная по координатной оптимизация значений этих коэффициентов под экспериментальные данные: при разных θ и h в случае с боковой конфигурацией и при разных r и h при радиально-симметричной. Затем были получены кривые, описывающие зависимость коэффициентов a, b, c и d от координат, не являющихся аргументом синусоиды. На рис. 5 представлено графическое отображение результирующей функции для боковой и радиально-симметричной конфигураций при $h = 24$ см.

5. Заключение

Предложенный в настоящей работе метод позволяет строить объёмную картину распределения квадрата напряжённости ЭМП и может быть использован для параметрической идентификации теплофизических моделей диэлектрического нагрева пористых сред под воздействием СВЧ-излучения с учётом неоднородности поля.

К ограничениям метода следует отнести следующее. Во-первых, точность восстановленного распределения

определяется числом и расположением точек измерения температуры (в данной работе — 16 секций) и возрастает с увеличением пространственного разрешения термометрии. Во-вторых, принятые допущения (квазиоднородность среды, пренебрежение теплопроводностью между секциями и изменением диэлектрических свойств при нагреве) ограничивают применимость метода в режимах длительного или высокоинтенсивного воздействия. В-третьих, синусоидальная форма аппроксимационных функций (4)–(5) обоснована экспериментально наблюдаемой периодичностью и не претендует на общность для произвольных конфигураций источников излучения.

В сравнении с альтернативными подходами к измерению ЭМП, такими как зондирование малыми калиброванными антеннами или магниторезонансная термометрия, предложенный метод не требует размещения чувствительных элементов непосредственно в зоне СВЧ-воздействия и допускает использование стандартного тепловизионного оборудования. Вместе с тем, в отличие от прямых методов, он даёт интегральную оценку поля за время воздействия, а не мгновенное пространственное распределение, что необходимо учитывать при интерпретации результатов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

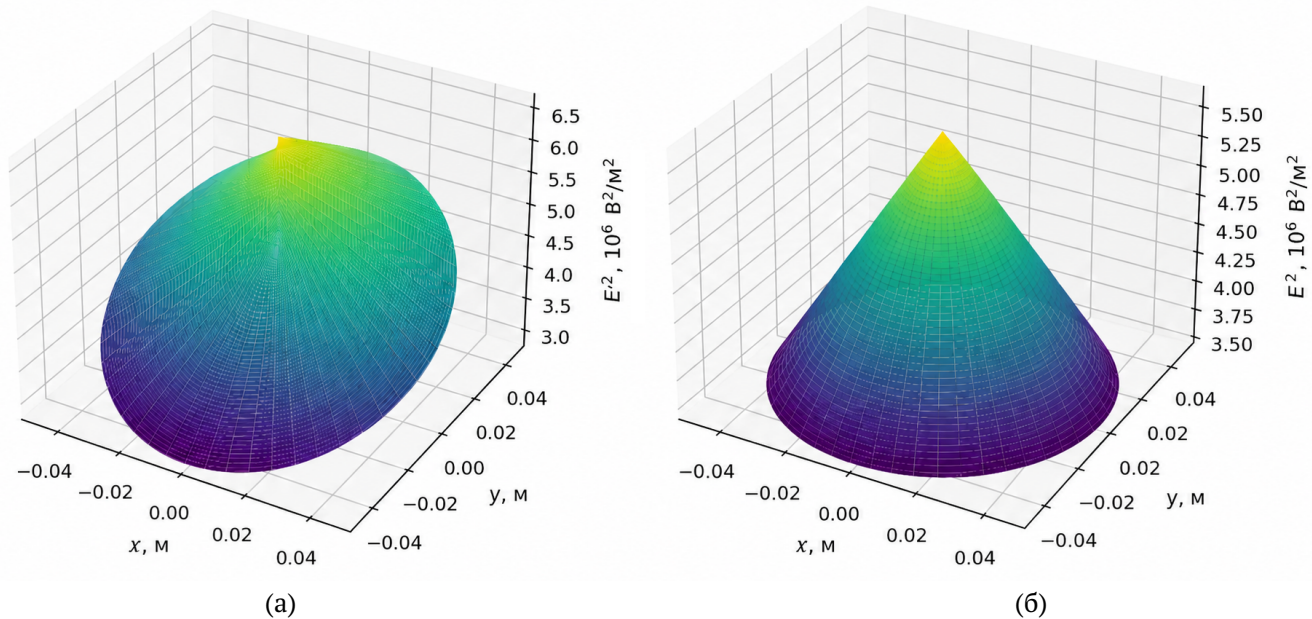


Рис. 5. Распределение квадрата напряжённости электрического поля по площади трубы на расстоянии 24 см от источника излучения при боковой (а) и радиально-симметричной (б) конфигурациях установки

Вклад авторов / Author Contributions

Концептуализация / Conceptualization: ААМ (ААМ), РРЗ (РРЗ) Методология / Methodology: УБА (УБА), РРГ (РРГ), ААМ (ААМ), РРЗ (РРЗ) Программное обеспечение / Software: УБА (УБА) Верификация данных / Validation: РРГ (РРГ), РРЗ (РРЗ) Получение финансирования / Funding acquisition: УБА (УБА), ААМ (ААМ) Проведение исследования / Investigation: УБА (УБА), РРГ (РРГ); Ресурсы / Resources: РРГ (РРГ), РРЗ (РРЗ) Администрирование данных / Data curation: УБА (УБА), ААМ (ААМ) Создание черновика рукописи / Writing – original draft: УБА (УБА) Создание рукописи и ее редактирование / Writing – review & editing: УБА (УБА), ААМ (ААМ) Визуализация / Visualization: УБА (УБА) Руководство исследованием / Supervision: ААМ (ААМ), РРЗ (РРЗ)

Список литературы / References

- [1] Мухаметова ЗС, Мусин АА, Зиннатуллин РР, Ковалева ЛА. Математическое моделирование электромагнитного воздействия на нефтематеринские горные породы с учетом фазовых переходов. *Вестник Башкирского университета*. 2021;26(2):274–280. <https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2021.2.1>
Mukhametova ZS, Musin AA, Zinnatullin RR, Kovaleva LA. Mathematical modeling of electromagnetic effects on source rocks with phase transitions. *Bulletin of Bashkir University*. 2021;26(2):274–280. (in Russian)
- [2] Ковалева ЛА, Зиннатуллин РР, Валеев МД, Миннигалимов РЗ, Фассахов РХ. Лабораторные исследования нагрева высоковязких нефтей в трубопроводах высокочастотным электромагнитным полем. *Нефтяное хозяйство*. 2019;(2):82–85. <https://doi.org/10.24887/0028-2448-2019-2-82-85>
Kovaleva LA, Zinnatullin RR, Valeev MD, Minnigalimov RZ, Fassakhov RKH. Laboratory studies of high-viscosity oil heating in pipelines by high-frequency electromagnetic field. *Oil Industry*. 2019;(2):82–85. (in Russian)
- [3] Sahni A, Kumar M, Knapp RB. Electromagnetic Heating Methods for Heavy Oil Reservoirs. *SPE Western Regional Meeting. Long Beach, California*. 2000:SPE 62550. <https://doi.org/10.2118/62550-MS>
- [4] Bera A, Babadagli T. Status of electromagnetic heating for enhanced heavy oil/bitumen recovery and future prospects: A review. *Applied Energy*. 2015;151:206–226. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.04.031>
- [5] Ерофеев АА, Митрушкин ДА, Меретин АС, et al. Моделирование термических методов разработки залежей баженовской свиты. *Российская нефтегазовая техническая конференция SPE. Москва*. 2016:SPE-182131-RU.
Erofeev AA, Mitrushkin DA, Meretin AS, et al. Simulation of Thermal Recovery Methods for Development of the Bazhenov Formation (Russian). *SPE Russian Petroleum Technology Conference and Exhibition. Moscow*. 2016:SPE-182131-RU. (in Russian)
- [6] Князева АГ, Маслов АЛ. Численное исследование влияния пористости на термическое разложение горючих сланцев при их подземном нагреве электромагнитным полем. *Химическая физика и мезоскопия*. 2016;18(2):206–214. <https://elibrary.ru/wgqgrv>
- [7] Князева АГ, Маслов АЛ. Идентификация параметров модели термического разложения горючих сланцев. *Химическая физика и мезоскопия*. 2017;19(3):371–378. <https://elibrary.ru/zrwqmh>
Knyazeva AG, Maslov AL. Parameter identification of a thermal decomposition model for oil shales. *Chemical Physics and Mesoscopy*. 2017;19(3):371–378. (in Russian)
- [8] Martemyanov SM, Maslova AL. Two-Temperature Two-Dimensional Model of Underground Shale Heating by Electromagnetic Field. *Advanced Materials Research*. 2014;1040:620–624. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.1040.620>
- [9] Давлетбаев АЯ, Ковалева ЛА, Насыров НМ. Исследование процессов теплопереноса в многослойной среде при нагнетании смешивающегося агента с одновременным электромагнитным воздействием. *Теплофизика высоких температур*. 2009;47(4):605–610. <https://elibrary.ru/kueqof>
Davletbaev AY, Kovaleva LA, Nasyrov NM. An Investigation of the Processes of Heat and Mass Transfer in a Multilayer Medium under Conditions of Injection of a Miscible Agent with Simultaneous Electromagnetic Stimulation. *High Temperature*. 2009;47(4):574–579. <https://doi.org/10.1134/S0018151X09040166>
- [10] Mukhametshina A, Maximov M. Electromagnetic Heating of Heavy Oil and Bitumen: A Review of Experimental Studies and Field Applications. *Journal of Petroleum Engineering*. 2013:476519. <https://doi.org/10.1155/2013/476519>
- [11] Luan D, Tang J, Pedrow PD, Liu F, Tang Z. Analysis of electric field distribution within a microwave assisted thermal sterilization (MATS) system by computer simulation. *Journal of Food Engineering*. 2016;188:87–97. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2016.05.009>
- [12] Kaatz U. Complex permittivity of water as a function of frequency and temperature. *Journal of Chemical and Engineering Data*. 1989;34(4):371–374. <https://doi.org/10.1021/je00058a001>
- [13] Gezahegn YA, Tang J, Sablani SS, et al. Dielectric properties of water relevant to microwave assisted thermal pasteurization and sterilization of packaged foods. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*. 2021;74:102837. <https://doi.org/10.1016/j.ifset.2021.102837>
- [14] Насыров НМ, Низаева ИГ, Саяхов ФЛ. Математическое моделирование явлений теплопереноса в газогидратных залежах в высокочастотном электромагнитном поле. *Прикладная механика и техническая физика*. 1997;38(6):93–104. <https://elibrary.ru/vbzofn>
Nasyrov NM, Nizaeva IG, Sayakhov FL. Mathematical modeling of heat and mass transfer phenomena in gas hydrate deposits in a high-frequency electromagnetic field. *Applied Mechanics and Technical Physics*. 1997;38(6):93–104. (in Russian)

Сведения об авторах / Information about the Authors**Булат Альбертович Усманов**

Уфимский университет науки и технологий, Уфа,
Российская Федерация

Bulat A. Usmanov

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian
Federation

bulatusman@mail.ru

ORCID: [0009-0001-0040-9266](https://orcid.org/0009-0001-0040-9266)

Рушан Ринатович Галеев

Уфимский университет науки и технологий, Уфа,
Российская Федерация

Rushan R. Galeev

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian
Federation

galeevr93@gmail.com

ORCID: [0009-0006-4558-8583](https://orcid.org/0009-0006-4558-8583)

Айрат Ахматович Мусин

кандидат физ.-мат наук, доцент
Уфимский университет науки и технологий, Уфа,
Российская Федерация

Airat A. Musin

Ph.D. (Phys. & Math.), Assist. Prof.

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian
Federation

mus-airat@yandex.ru

ORCID: [0009-0007-2353-0062](https://orcid.org/0009-0007-2353-0062)

Расул Рашитович Зиннатуллин

кандидат техн. наук, доцент
Уфимский университет науки и технологий, Уфа,
Российская Федерация

Rasul R. Zinnatullin

Ph.D. (Engineering), Assist. Prof.

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian
Federation

rasulz@yandex.ru

ORCID: [0009-0004-4782-9921](https://orcid.org/0009-0004-4782-9921)