

Том 21
Номер 3

eISSN 2658–5782

2026

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

электронный
научный журнал

MULTIPHASE
SYSTEMS

online
journal

<https://multiphasesystems.online>



Институт
механики
им. Р.Р. Мавлютова

Институт механики
им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского федерального
исследовательского центра
Российской Академии наук

eISSN 2658–5782
DOI: 10.21662/mfs

ЭЛЕКТРОННЫЙ
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1994 г.
Издается 4 раза в год

до 2017: «Труды Института
механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского научного
центра РАН»
до 2003: «Проблемы
механики и управления»

Редакция

Урманчеев С.Ф.
главный редактор
Галимзянов М.Н.
зам. главного редактора
Насибуллаева Э.Ш.
ответственный секретарь
Михайленко К.И.
технический редактор
Налобина Е.А.
литературный редактор

Адрес издателя и редакции:
450054, г. Уфа, пр. Октября,
д. 69, лит. Ж

Учредитель: Федеральное
государственное бюджетное
научное учреждение
Уфимский федеральный
исследовательский центр
Российской академии наук

© УФИЦ РАН, 2025
© Редколлегия, 2025
© Авторы, 2025

e-mail:

multiphase.systems@mail.ru

www:

<https://multiphasesystems.online>

Главный редактор

Урманчеев С.Ф. доктор физико-математических наук, профессор
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Редакционная коллегия

Галимзянов М.Н. зам. гл. редактора, доктор физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Михайленко К.И. зам. гл. редактора, кандидат физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Насибуллаева Э.Ш. отв. секретарь, кандидат физико-математических наук, доцент
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Аганин А.А. доктор физико-математических наук, профессор
Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского
центра «Казанский научный центр РАН», Казань, Российская Федерация

Гималтдинов И.К. доктор физико-математических наук, профессор
Уфимский государственный нефтяной технический университет,
Уфа, Российская Федерация

Даринцев О.В. доктор технических наук, профессор
Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Российская Федерация

Хабилов С.В. доктор физико-математических наук, профессор
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Редакционный совет

Балапанов Д.М. кандидат физико-математических наук
Центр исследований и разработок в области космических технологий (CREST),
ULB, Королевство Бельгия

Губайдуллин А.А. доктор физико-математических наук, профессор
Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация

Губайдуллин Д.А. доктор физико-математических наук, член-корр. РАН
Институт механики и машиностроения Федерального исследовательского
центра «Казанский научный центр РАН», Казань, Российская Федерация

Губайдуллин И.М. доктор физико-математических наук, профессор
Институт нефтехимии и катализа Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, Уфа, Российская Федерация

Демин В.А. доктор физико-математических наук, профессор
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь, Россия

Мусакаев Н.Г. доктор физико-математических наук, профессор,
Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация

Нигматулин Р.И. доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, Российская Федерация

Осипцов А.Н. доктор физико-математических наук, профессор
Научно-исследовательский институт механики Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

Панов А.В. кандидат физико-математических наук
Челябинский государственный университет,
Челябинск, Российская Федерация

Прибатурин Н.А. доктор физико-математических наук, профессор, член-корр. РАН
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН,
Новосибирск, Российская Федерация

Рамазанов А.Ш. доктор технических наук, профессор
Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Российская Федерация

Рыбдылова О. кандидат физико-математических наук
Университет Брайтона, Брайтон,
Соединенное Королевство Великобритании и Северной Ирландии

Смирнов Н.Н. доктор физико-математических наук, профессор
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Российская Федерация

Хуан Ч. Доктор философии
Северо-Западный политехнический университет,
Сиань, Китайская Народная Республика

Шукла П. Доктор философии
Индийский технологический институт Мадраса, Ченнаи, Республика Индия

Editor-in-chief

S.F. Urmancheev Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

Editorial board

M.N. Galimzyanov *deputy editor-in-chief*, Sc.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

C.I. Mikhaylenko *deputy editor-in-chief*, Ph.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

E.Sh. Nasibullaeva *executive secretary*, Ph.D. (Phys. & Math.), Assistant Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

A.A. Aganin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Mechanics and Engineering, Federal Research Center
"Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences",
Kazan, Russian Federation

I.K. Gimaltdinov Sc.D. (Phys. & Math.), Prof.
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation

O.V. Darintsev Sc.D. (Eng.), Professor
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation

S.V. Khabirov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

Editorial council

Balapanov D.M. Ph.D. (Phys. & Math.)
Centre for Research and Engineering in Space Technologies (CREST),
The Université libre de Bruxelles, Bruxelles, the Kingdom of Belgium

A.A. Gubaidulin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied
Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation

D.A. Gubaidulin Sc.D. (Phys. & Math.), Corresponding Member of the RAS
Institute of Mechanics and Engineering, Federal Research Center
"Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences",
Kazan, Russian Federation

I.M. Gubaydulin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Petrochemistry and Catalysis, Ufa Federal Research Centre of
the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation

V.A. Demin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Perm State National Research University, Perm, Russian Federation

N.G. Musakaev Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied
Mechanics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation

R.I. Nigmatulin Sc.D. (Phys. & Math.), Prof., Academician of RAS
Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation

A.N. Osipov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
Institute of Mechanics, M.V. Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russian Federation

A.V. Panov Ph.D. (Phys. & Math.)
Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russian Federation

N.A. Pribaturin Sc.D. (Phys. & Math.), Professor, Corresponding Member of the RAS
Kutateladze Institute of Thermophysics, Siberian Branch of
Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

A.Sh. Ramazanov Sc.D. (Eng.), Prof.
Ufa University of Science & Technology, Ufa, Russian Federation

O. Rybdylova Ph.D. (Phys. & Math.)
University of Brighton, Brighton,
The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

N.N. Smirnov Sc.D. (Phys. & Math.), Professor
M.V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

C. Huang Ph.D., Northwestern Polytechnical University,
Xi'an, the People's Republic of China

P. Shukla Ph.D., Indian Institute of Technology Madras, Department of Mathematics,
Chennai, the Republic of India

*Mavlyutov Institute of Mechanics,
Ufa Federal Research Center of the
Russian Academy of Sciences*

eISSN 2658–5782
DOI: 10.21662/mfs

ELECTRONIC
SCIENTIFIC JOURNAL

First published in 1994
Published 4 times a year

before 2017: "Bulletin of
Mavlyutov Institute of Mechanics
Ufa Scientific Center of RAS"
before 2003: "Issues of
Mechanics and Control"

Technical editorial board

Urmancheev S.F.
editor-in-chief
Galimzyanov M.N.
deputy editor-in-chief
Nasibullaeva E.Sh.
executive secretary
Mikhaylenko C.I.
technical editor
Nalobina E.A.
literary editor

Publisher and editorial
office Address:
450054, Ufa, Oktyabrya Prospect,
69, lit. Zh

Founder: Ufa Federal Research
Centre of the Russian Academy of
Sciences

© UFRC of RAS, 2025
© Editorial board, 2025
© The Authors, 2025

e-mail:
multiphase.systems@mail.ru

www:
<https://multiphasesystems.online>

Колонка Главного редактора



Дорогие коллеги! Поздравляю вас с Новым учебным годом! Многие из нас связаны с университетским образованием как студенты, аспиранты или преподаватели. Одновременно поздравляю и с выходом очередного третьего номера нашего журнала за 2026 год. Выражаю благодарность авторам номера, преодолевшим дискуссии с рецензентами и сумевшими ответить на все их вопросы.

В текущем выпуске представлены статьи по математическим методам механики и математическому моделированию технологических процессов, в которых принципиальную роль играют процессы взаимодействия элементов рассматриваемых систем. Изучению именно такого класса задач посвящены публикуемые в журнале «Многофазные системы» работы.

В статье Ю.В. Юлмухаметовой предложен подход для нахождения точных решений некоторых задач газовой динамики с линейным полем скоростей, имеющих общее уравнение состояния.

Статья М.В. Столповского и А.А. Насырова посвящена решению задачи управления риском образования газовых гидратов в трубопроводах при добыче углеводородного сырья на шельфе. Решение системы нелинейных уравнений механики многофазных сред позволило выявить эффект немонотонного роста толщины гидратного слоя по длине канала. Ими было установлено, что зона локализации гидратообразования зависит от массового расхода фаз.

Исследование А.А. Соколовой, Н.М. Шерыхалиной и др. связано с численным моделированием закономерностей формирования электрических полей при электрохимической обработке металлических сплавов. В результате решения задачи объяснена природа наблюдаемых дефектов и предложена новая схема конструкции электрода-инструмента, для оптимизации режимов электрохимической обработки титановых сплавов.

С целью автоматизации процесса принятия решений в области организации электроснабжения нефтегазовых месторождений С.Н. Глуховым был создан специализированный программный инструмент, позволяющий исключить вычислительные ошибки проектирования систем электроснабжения и тем самым повысить экономическую эффективность проектных работ.

При анализе научных текстов важную роль играет задача связывания тех или иных терминов с концептами баз знаний, что является важным этапом обработки текстов. Решение этой задачи в рамках поддержки принятия врачебных решений было предложено в статье И.Л. Кузьмина.

Далее отмечу, что включение работ по информационным технологиям в список статей, публикуемых в журнале, является осмысленным решением редакционной коллегии в целях расширения возможностей авторов при составлении обзоров научной литературы и вовлечения методов, использующих технологии искусственного интеллекта, в том числе специальных архитектур нейронных сетей, в исследовательский арсенал наших читателей.

Вдохновляющим событием в данном контексте можно назвать вручение Нобелевской премии по физике в 2024 году ученым Джону Хопфилду и Джеффри Хинтону «за основополагающие открытия и изобретения, которые сделали возможным машинное обучение с использованием искусственных нейросетей».

Ещё в 1982 году физик Джон Хопфилд основываясь на принципах статистической физики, связанных с корректной организацией коллективного поведения отдельных узлов сети, изобрел ассоциативную нейросеть. Она представляла собой модель обработки данных, способную находить в базе данных похожие, но не обязательно идентичные эталону элементы для обучения этой модели формировать требуемые изображения.

Далее, в 1985 году Джеффри Хинтон разработал модель обработки данных для сети Хопфилда с использованием так называемой «машины Больцмана». Эта модель была способна классифицировать изображения на основе сравнения, путем распознавая общих характерных элементов сети и не нуждалась в эталонных элементах. При этом Хинтон также использовал законы статистической физики. Результаты исследований Хопфилда и Хинтона позволили приблизить нейросети Хопфилда к работе человеческого мозга.

Теперь о том, как реализуются идеи Хопфилда и Хинтона в настоящее время при исследовании задач механики сплошных сред. Так, нашими коллегами из ЦАГИ А.М. Гайфулиным и А.С. Щегловым при решении задачи о трехмерной ламинарной пристенной струи вязкой несжимаемой жидкости было установлено, что при больших значениях продольной координаты течение переходит в автомодельный режим, причем показатель автомодельности близок к значению $k=1,33$. Примечательно, что решение было осуществлено с использованием нейронной сети, учитывающей физические законы (PINN), что позволило корректно снизить размерность задачи на единицу.

Призываю коллег учитывать последние достижения информационных технологий и искусственного интеллекта и по возможности применять их в своей научной деятельности.

Главный редактор
научного журнала
«Многофазные системы»

Саид Федорович Урманчиев



Численное моделирование отбора газа и нефти из купола-сепаратора с помощью системы соосных цилиндрических каналов

М.В. Столповский¹, А.А. Насыров¹✉, И.А. Чиглинцев²

¹ Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Российская Федерация

² ФГБОУ ВО "Уфимский университет науки и технологий" (Бирский филиал), Бирск, Российская Федерация

E-mail: nasaza@mail.ru

Аннотация. В настоящее время добыча углеводородов на континентальном шельфе сталкивается с серьезными проблемами — аварийными выбросами флюидов, наносящими экологический ущерб и гидратообразованием в трубопроводах. Газовые гидраты формируются на больших глубинах при особых термобарических условиях, постепенно сужают проходное сечение труб и могут полностью их закупорить, провоцируя аварии и приводя к дорогостоящему ремонту. Для решения этих проблем предложена подводная установка типа «купол–сепаратор» с соосными вертикальными каналами. Она позволяет гидродинамически отдельно отбирать нефть и попутный газ из зоны разлива или устья аварийной скважины — это повышает эффективность сбора углеводородов и дает возможность управлять процессом образования гидратов. Цель исследования — построить математическую модель течения многофазной смеси во внутреннем канале и выявить условия роста газогидратного слоя. В основе модели лежат уравнения механики гетерогенных сред, конвективного теплообмена и фазовых переходов. Сформулированную систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (она отражает профили скоростей, давления, температуры и динамику изменения толщины гидратной корки) решали численно методом Рунге–Кутты. Параметрическое моделирование выявило важный эффект: толщина гидратного слоя и интенсивность его роста по длине канала меняются немонотонно — это связано со сложным взаимодействием тепловых и гидродинамических факторов. Установлено, что управлять локализацией зоны риска можно через массовые расходы фаз: увеличение расхода нефти смещает начало гидратообразования ближе к входу канала, а усиление потока газа отодвигает его вниз по течению. Критическое сужение канала зависит от баланса массовых расходов фаз и радиуса внешнего соосного канала. Результаты исследования формируют научную базу для проектирования безопасных, отказоустойчивых систем подводной добычи и помогают разрабатывать алгоритмы предотвращения закупорки глубоководных трубопроводов — это крайне важно при освоении морских месторождений.

Ключевые слова: газогидрат; соосный трубопровод; купол–сепаратор; многофазное течение; теплообмен; численное моделирование

Финансирование: Работа выполнена при поддержке госзадания Минобрнауки РФ на тему «Новые методы получения полифункциональных органических соединений, обладающих совокупностью ценных свойств (ингибиторы коррозии, антиокислители, ПАВ, пластификаторы и др.), обработка многопараметровых данных натуральных наблюдений мониторинга водных объектов и гидратообразования» (FEUR-2026-0004)

Цитирование: Столповский МВ, Насыров АА, Чиглинцев ИА. Численное моделирование отбора газа и нефти из купола-сепаратора с помощью системы соосных цилиндрических каналов. *Многофазные системы*. 2026;21(3):108–116.

Numerical Simulation Of Gas And Oil Extraction From A Dome-Separator Using A System Of Coaxial Cylindrical Channels

M.V. Stolpovsky¹, A.A. Nasyrov¹✉, I.A. Chiglintsev²

¹ Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation

² BirsK Branch of the Ufa University of Science and Technology, BirsK, Russian Federation

E-mail: nasaza@mail.ru

Abstract. Currently, hydrocarbon production on the continental shelf faces serious problems: accidental fluid releases cause environmental damage, and hydrate formation in pipelines poses another major threat. Gas hydrates form at great depths under specific thermobaric conditions; they gradually narrow pipe passages and can fully clog them, leading to accidents and costly repairs. An underwater dome-separator installation with coaxial vertical channels is proposed to address these issues. It enables hydrodynamically separate extraction of oil and associated gas from spill zones or emergency well mouths, boosting collection efficiency and allowing control over hydrate formation. The study's purpose was to build a mathematical model of multiphase mixture flow in the inner channel and identify conditions for gas hydrate layer growth. The model relies on equations describing heterogeneous media mechanics, convective heat transfer,

and phase transitions. The resulting system of nonlinear partial differential equations — capturing velocity, pressure, temperature profiles, and hydrate crust thickness dynamics — was solved numerically using the Runge–Kutta method. Parametric modeling uncovered a key effect: hydrate layer thickness and growth intensity vary nonmonotonously along the channel due to complex thermal and hydrodynamic interactions. Mass flow rates of the phases help control the risk zone's location: higher oil flow shifts hydrate formation onset closer to the channel entrance, while increased gas flow moves it downstream. Key conclusions: critical channel narrowing depends on the balance of phase mass flow rates and the external coaxial channel's radius. These findings provide a scientific basis for designing safe, fault-tolerant underwater mining systems and developing algorithms to prevent deep-sea pipeline blockages — crucial for offshore field development.

Keywords: gas hydrate; coaxial pipeline; dome separator; multiphase flow; heat transfer; numerical simulation

Funding: The work was supported by the state assignment of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation on the topic "New methods for obtaining multifunctional organic compounds with a set of valuable properties (corrosion inhibitors, antioxidants, surfactants, plasticizers, etc.), processing multiparameter data from natural observations of monitoring water bodies and hydrate formation" (FEUR-2026-0004).

Cite: Stolpovsky MV, Nasyrov AA, Chiglintsev IA. Numerical Simulation Of Gas And Oil Extraction From A Dome-Separator Using A System Of Coaxial Cylindrical Channels. *Multiphase Systems*. 2026;21(3):108–116.

1. Введение

В настоящее время добыча углеводородов на континентальном шельфе сталкивается с серьезными проблемами — аварийными выбросами флюидов, наносящими экологический ущерб и гидратообразованием в трубопроводах. Газовые гидраты (твердые кристаллические соединения из газа и воды) формируются на больших глубинах при особых термобарических условиях, постепенно сужают проходное сечение труб и могут полностью их закупорить, провоцируя аварии и приводя к дорогостоящему ремонту. Для решения этих проблем в настоящей работе предлагается подводная установка типа «купол–сепаратор» с соосными вертикальными каналами. Она позволит гидродинамически отдельно отбирать нефть и попутный газ из зоны разлива или устья аварийной скважины, что повысит эффективность сбора углеводородов и даст возможность управлять процессом образования гидратов. Цель исследования — построить математическую модель течения многофазной смеси во внутреннем канале и выявить условия роста газогидратного слоя.

2. Постановка задачи и математическая модель

Рассмотрим соосный трубопровод для одновременного отбора газа и нефти из купола — сепаратора, расположенного на дне океана [1–4] (рис. 1). Предполагается, что по внутреннему каналу течет газ — метан, по внешнему — нефть. Положим, что радиус внутреннего канала, по которому течет газ (метан), равен a_1 ; толщина его стенок равна δ_1 . Аналогичные параметры второго канала соответственно равны a_2 и δ_2 . Таким образом, течение нефти осуществляется в межтрубном пространстве $a_1 + \delta_1 \leq r \leq a_2$. При этом длину трубопровода примем равной L , материал стенок каналов — сталь. Температура омывающей трубу извне воды полагаем равной T_w , которую будем считать постоянной по всей длине трубопровода.

Следует отметить, что термодинамические условия, реализуемые в области течения газа могут быть такими, что во внутреннем канале возможно образование газогидрата. Поскольку нефть лучше сохраняет тепловую энергию на единицу массы по сравнению с газом и имеет достаточно большую начальную температуру, ее поток может противодействовать образованию гидратов на внутреннем канале. Требуется изучить распределение теплофизических параметров вдоль соосного трубопровода с целью прогнозирования образования газогидрата.

Для описания течения влажного газа и нефти примем следующие допущения. Течение нефти и газа является квазиустановившимся; газовый поток состоит из двух компонентов: воды и метана, а нефть является однофазной несжимаемой однокомпонентной жидкостью. Кроме того, температуры газа T_{0g} и нефти T_{0o} на входе в соосный (коаксиальный) трубопровод (СТ) выше температуры воды T_w , окружающей соосный канал. При этом величины T_g и T_o являются функциями вертикальной координаты z , отсчитываемой от входа в СТ, т.е. $T_g = T_g(z)$ и $T_o = T_o(z)$. Вследствие теплообмена с внешней средой происходит остывание нефти и газа, на основании чего возможна конденсация паров воды на внутренних стенках канала, по которому течет газ. По-

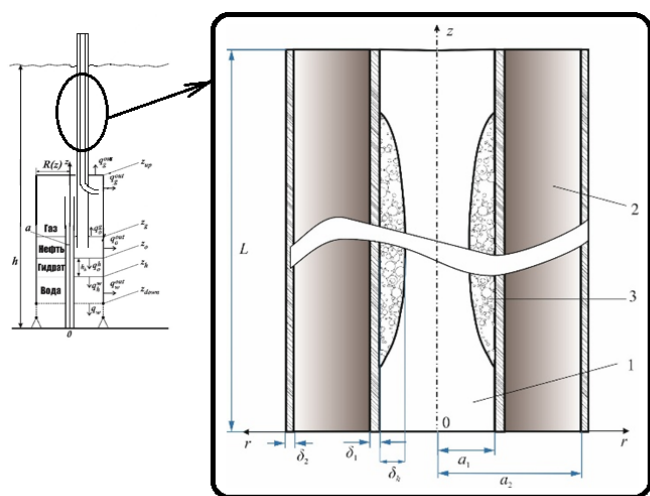


Рис. 1. Постановка задачи: 1 — газ; 2 — нефть; 3 — газогидрат

этому в общем случае будем полагать, что вода в потоке газа может существовать в 2-х состояниях: парообразном и в виде капелек. Тогда для массовой концентрации воды k_w в потоке можно записать:

$$k_w = k_l + (1 - k_l)k_v, \quad (1)$$

где k_l и k_v — соответственно массовые концентрации воды в виде капель и пара. При этом присутствие в потоке газа воды в виде капель, а также определенные термобарические условия, могут способствовать формированию слоя газогидрата на внутренних стенках трубопровода. В этом случае предполагается, что фазовые переходы в области течения газа происходят в равновесном режиме. Здесь и в дальнейшем для обозначения параметров, относящихся к жидкой и парообразной фазам, примем нижние индексы l и v ; индексами w , g и o обозначим те параметры, которые будут относиться к воде, потоку газа в целом и нефти; индексом h — относящиеся к газогидрату.

На основании представленных допущений запишем систему, описывающую квазиустановившееся течение влажного газа. Поскольку массовый расход газа гораздо больше скорости роста массы гидратного слоя, то можно пренебречь переходными процессами в газе, связанными с переходом части газа в гидрат [5, 6]. Поэтому расход газа m_g по всей длине трубопровода будем считать постоянным:

$$m_g = m_g^0 = \rho_g S_g v_g = \text{const}. \quad (2)$$

Здесь ρ_g и v_g — плотность и скорость газовой фазы; S_g — площадь «живого» сечения, при этом $S_g = \pi a^2$, где a — радиус «живого», т.е. свободного, не занятого гидратом, сечения потока газа. Следует отметить, вследствие нарастания гидрата a и S_g являются функциями координаты z и времени t . Поэтому можно записать, что $a = a_l - \delta_h$, где $\delta_h = \delta_h(z, t)$ — толщина газогидратного слоя. Уравнение движения для газа имеет вид [5, 7]:

$$m_g \frac{dv_g}{dz} = -S_g \frac{dp_g}{dz} - \rho_g g S_g - f_{g\sigma}, \quad (3)$$

$$f_{g\sigma} = 2\pi a \tau_{g\sigma} \quad \tau_{g\sigma} = \theta_g \frac{\rho_g v_g^2}{8},$$

где g — ускорение свободного падения; p_g — давление в газовой фазе; $f_{g\sigma}$ и $\tau_{g\sigma}$ — сила трения между газовым потоком и стенкой внутреннего канала, отнесенная к единице его длины и площади, соответственно. Величина гидравлического сопротивления θ_g в общем случае является функцией шероховатости стенок трубы ϵ и числа Рейнольдса $Re_g = \frac{2a\rho_g v_g}{\mu_g}$. Здесь для расчетов величины θ_g будем использовать следующее выражение [8, 9]:

$$\theta_g = (1.81 \lg Re_g - 1.5)^{-2}.$$

Уравнение для определения температуры газа с учетом процессов конденсации пара и отвода тепла через

стенку канала можно представить в виде [8, 10]:

$$m_g c_g \frac{dT_g}{dz} = \frac{m_g}{\rho_g} \frac{dp_g}{dz} + m_g l_w \frac{dk_l}{dz} - Q_{g\sigma}, \quad (4)$$

$$Q_{g\sigma} = 2\pi a q_{g\sigma}.$$

Здесь l_w — удельная теплота парообразования; c_g — удельная теплоемкость газа; величины $Q_{g\sigma}$ и $q_{g\sigma}$ представляют, соответственно, тепловой поток от газа к внутренней стенке внутреннего канала, отнесенный к единице его длины канала и площади. Выражение для величины удельного теплового потока от газа к внутренней стенке канала (или гидрата, когда он имеется) имеет вид:

$$q_{g\sigma} = \alpha_{g\sigma}(T_g - T_\sigma),$$

где $\alpha_{g\sigma} = \lambda_g Nu_g / (2a)$ — коэффициент теплоотдачи от газа к внутренней стенке трубопровода; λ_g — коэффициент теплопроводности газа. Критерий Нуссельта для газа зададим в следующем виде:

$$Nu_g = 0.021 Re_g^{0.8} Pr_g^{0.43},$$

где $Pr_g = \mu_g c_g / \lambda_g$ — число Прандтля для газа. Температуру T_σ внутренней поверхности канала, по которому течет газ, определим из условия теплового баланса $q_{q\sigma} = q_{o\sigma}$, где интенсивность теплопередачи от внутренней стенки внутреннего канала к нефти определяется выражением

$$q_{o\sigma} = \alpha_{o\sigma}(T_\sigma - T_o).$$

Нефть движется в межтрубном пространстве с площадью поперечного сечения $S_o = \pi(a_2^2 - (a_1 + \delta_1)^2)$. В этом случае, система основных уравнений имеет вид:

$$m_o = m_o^0 = \rho_o S_o v_o = \text{const},$$

$$0 = -S_o \frac{dp_o}{dz} - \rho_o g S_o - f_{o\sigma(1)} - f_{o\sigma(2)},$$

$$m_o c_o \frac{dT_o}{dz} = \frac{m_o}{\rho_o} \frac{dp_o}{dz} + Q_{\sigma(1)o} - Q_{o\sigma(2)},$$

$$Q_{\sigma(1)o} = 2\pi a q_{\sigma(1)o}, \quad Q_{o\sigma(2)} = 2\pi a_2 q_{o\sigma(2)}.$$

Здесь $f_{o\sigma(1)}$ и $f_{o\sigma(2)}$ — сила трения, отнесенная к единице длины канала между нефтью и, соответственно, внешним слоем внутреннего канала и внутренним слоем наружного канала. При этом, можно записать:

$$f_{o\sigma(1)} = 2\pi(a_1 + \delta_1)\tau_o, \quad f_{o\sigma(2)} = 2\pi a_2 \tau_o, \quad \tau_o = \theta_o \frac{\rho_o v_o^2}{8}.$$

Здесь τ_o — сила трения между потоком нефти и стенками каналов, отнесенная к единице их площади. Для величины гидравлического сопротивления нефти θ_o примем выражение

$$\theta_o = 0.3164 / Re_o^{0.25},$$

где $Re_o = 2a_* \rho_o v_o / \mu_o$ — число Рейнольдса для нефти; $a_* = a_2 - (a_1 + \delta_1)$ — размер кольцевого слоя; μ_o и ρ_o — коэффициент динамической вязкости и плотности нефти, которые будем считать постоянными величинами. Величины Q_j и q_j ($j = \sigma(1)o, o\sigma(2)$) представляют, соответственно, тепловой поток, отнесенный к единице длины

канала и его площади. Индексы $\sigma_{(1)0}$ и $\sigma\sigma_{(2)}$ соответствуют теплопередаче между внешней стенкой внутреннего канала и нефтью и нефтью и внутренней стенкой внешнего канала. При этом выражение для плотности теплового потока имеет вид:

$$q_{\sigma_{(1)0}} = \alpha_{\sigma_{(1)0}}(T_{\sigma_{(1)}} - T_o), \quad q_{\sigma\sigma_{(2)}} = \alpha_{\sigma\sigma_{(2)}}(T_o - T_{\sigma_{(2)}}),$$

где $\alpha_{\sigma_{(1)0}} = \lambda_o \text{Nu}_{\sigma_{(1)0}} / (2(a_1 + \delta_1))$ и $\alpha_{\sigma\sigma_{(2)}} = \lambda_o \text{Nu}_{\sigma\sigma_{(2)}} / (2a_2)$ — коэффициенты теплоотдачи; λ_o — коэффициент теплопроводности нефти. Критерий Нуссельта в этом случае представим в виде [11]:

$$\text{Nu}_j = 0.021 \text{Re}_o^{0.8} \text{Pr}_o^{0.43} \left(\frac{\text{Pr}_o}{\text{Pr}_w} \right)^{0.25}, \quad j = \sigma_{(1)0}, \sigma\sigma_{(2)},$$

где $\text{Pr}_o = \mu_o c_o / \lambda_o$ — число Прандтля для нефти; величина Pr_w — представляет число Прандтля для нефти на стенке соответствующего канала. При этом зависимость коэффициента динамической вязкости от температуры имеет вид:

$$\mu_o = A \exp(B/T_o)$$

где $A = 2.92 \cdot 10^{-8} \text{ Па} \cdot \text{с}$ и $B = 3815.26 \text{ К}^{-1}$ — эмпирические параметры.

Число Нуссельта для воды представим в виде $\text{Nu}_w = B(\text{Gr}_w \cdot \text{Pr}_w)^n$, где Gr_w и Pr_w — соответственно числа Грасгофа и Прандтля для воды; B и n — эмпирические постоянные, взятые для вертикальной поверхности [12]. Для определения температуры наружной поверхности внешней трубки и следовательно, числа Грасгофа, используется условие теплового баланса, заключающееся в равенстве тепловых потоков между потоком нефти и водой через стенки.

В качестве температуры гидратообразования приемлем равновесную температуру гидратообразования метана, которая достаточно хорошо описывается эмпирической зависимостью вида [5, 13]:

$$T_h = T_{h0} + T_* \ln \left(\frac{p}{p_{h0}} \right), \quad (5)$$

где T_{h0} — равновесная температура, соответствующая давлению p_{h0} ; T_* — эмпирический параметр.

Уравнения Менделеева–Клапейрона для газовой смеси в целом и пара имеют вид:

$$p_g = \rho_g R_g T_g, \quad p_v = \rho_v R_v T_v.$$

Здесь R_g и R_v — приведенные газовые постоянные для газа (метана) и водяного пара; ρ_v — плотность водяного пара. На основании представленных формул, а также зависимости давления насыщения пара от температуры можно получить уравнение [5, 14]:

$$k_v = \frac{p_{w*} R_g}{p_g R_v} \exp \left(- \frac{T_{w*}}{T_g} \right), \quad (6)$$

выражающее распределение равновесной концентрации водяного пара в трубопроводе. Здесь p_{w*} и T_{w*} — эмпирические постоянные.

Из уравнений (3) и (4) с учетом (1), (2) и (6) можно получить систему дифференциальных уравнений, описывающую распределение температуры и давления в газе:

$$\begin{aligned} \frac{dp_g}{dz} &= \frac{A_g}{B_g}, \\ \frac{dT_g}{dz} &= \left(\frac{S_g v_g}{m_g R_g} - \frac{S_g^2 p_g}{m_g^2 R_g} \right) \frac{dp_g}{dz} - \\ &\quad - \frac{p_g \rho_g S_g^2}{m_g^2 R_g} - \frac{S_g p_g}{m_g^2 R_g} f_g, \\ \frac{dp_o}{dz} &= -\rho_o g - \frac{f_{\sigma\sigma_{(1)}} + f_{\sigma\sigma_{(2)}}}{S_o}, \\ \frac{dT_o}{dz} &= \frac{1}{\rho_o c_o} \frac{dp_o}{dz} + \frac{1}{m_o c_o} (Q_{\sigma_{(1)0}} - Q_{\sigma\sigma_{(2)}}), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_g &= \frac{c_g p_g \rho_g S_g^2}{m_g R_g} + \frac{l_w k_v T_{w*} p_g \rho_g S_g^2}{T_g^2 m_g R_g} + \\ &\quad + \left(\frac{c_g S_g p_g}{m_g R_g} + \frac{l_w k_v T_{w*} p_g S_g}{T_g^2 m_g R_g} \right) f_g - Q_{g\sigma}, \\ B_g &= \left(m_g c_g + \frac{m_g l_w k_v T_{w*}}{T_g^2} \right) \left(\frac{S_g v_g}{m_g R_g} - \frac{S_g^2 p_g}{m_g^2 R_g} \right) - \\ &\quad - \frac{m_g}{\rho_g} - \frac{m_g l_w k_v}{p_g}. \end{aligned}$$

Система (7) может быть решена методом Рунге–Кутты 4-го порядка. При этом необходимо задать граничные условия — температуру и давление ($i = g, o$) на входе в каналы ($z = 0$).

Для выделения области, в которой происходит отложение газогидрата на внутренних стенках трубопровода, необходимо, с одной стороны, наличие влаги, а с другой — соответствующие термодинамические условия. Это означает, что температура газа опускается ниже точки росы для водяного пара, содержащегося в газе, и температура внутренней стенки трубопровода становится ниже равновесной температуры (5) для текущего давления p_g . Эти условия с учетом (2) и (5) можно записать в виде:

$$k_l = \frac{k_w - k_v}{1 - k_v} > 0, \quad T_o \leq T_h(p_g).$$

Поскольку формирование газогидратов сопровождается потреблением воды, то происходит обеднение газового потока водой. При этом уравнение сохранения массы влаги имеет вид:

$$m_g \frac{dk_w}{dz} = -J_w, \quad J_w = 2\pi a j_w.$$

Здесь J_w и j_w — интенсивности потребления влаги, отнесенные на единицу длины и площади внутренней стенки трубопровода. Тогда для скорости роста толщины гидрата можно записать:

$$\frac{\partial \delta_h}{\partial t} = \frac{j_h}{\rho_h},$$

где j_h — интенсивность образования газогидрата, отнесенная к единице внутренней поверхности трубопровода; ρ_h — его плотность. При этом газогидраты являются клатратными соединениями с массовым содержанием газа k_{gh} . В этом случае стехиометрическое соотношение записывается в виде:

$$j_w = (1 - k_{gh})j_h.$$

Следует отметить, что, как показано в [5, 6, 15], образование газогидрата может происходить в двух режимах. В первом режиме, называемом режимом теплового баланса и реализуемом при достаточно большом количестве влаги, интенсивность образования гидрата лимитируется отводом тепла от границы фазовых переходов (границы гидратообразования):

$$j_h l_h = q_{\sigma w} - q_{\sigma g}, \quad (8)$$

где l_h — удельная теплота гидратообразования. При этом в данном режиме полагается, что температура внутренней поверхности трубопровода (или гидрата) равна равновесной температуре гидратообразования, определяемой из (5): $T_\sigma = T_h(p_g)$.

Второй режим гидратообразования характеризуется «дефицитом» влаги. При этом температура внутренней поверхности трубопровода должна удовлетворять условию существования газогидрата: $T_\sigma \leq T_h(p_g)$. В этом случае, для интенсивности поступления влаги к поверхности газогидрата можно записать [16, 17]:

$$j_w = \rho_g v^{(D)} \text{Sh} k_w, \quad (9)$$

$$\text{Sh} = 0.021 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{(D)0.43}, \quad \text{Pr}^{(D)} = \frac{v^{(\mu)}}{v^{(D)}} \quad v^{(\mu)} = \frac{\mu_g}{\rho_g}.$$

Здесь $v^{(D)}$ и $v^{(\mu)}$ — коэффициенты диффузии и кинематической вязкости; $\text{Pr}^{(D)}$ — диффузионное число Прандтля; Sh — число Шервуда.

3. Результаты расчетов

В расчетах переход от первого режима гидратообразования ко второму осуществляется следующим образом. После того, как выделена область гидратообразования, происходит расчет интенсивности гидратообразования $j_{h(1)}$ по первому режиму с использованием (8) и условия $T_\sigma = T_h(p_g)$. По мере образования гидрата в дальних сечениях трубопровода будет уменьшаться концентрация влаги k_w , и интенсивность влагопереноса, вычисленная по формуле (9), будет равна интенсивности влагопереноса и стехиометрического соотношения. В этом случае начинает реализовываться второй режим формирования гидрата, температура внутренней поверхности трубопровода определяется из (9).

На рис. 2 для момента времени $t = 20$ ч. представлены распределения температуры, давления, влагосодержания и интенсивности гидратообразования при отборе газа из купола-сепаратора с помощью системы соосных трубок. Полагается, что $a_1 = 10$ см, $a_2 = 22$ см; материал

стенок каналов — сталь с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 50$ Вт/(м·К); толщины трубок каналов равны $\delta_1 = 1$ мм, $\delta_2 = 2$ мм. Для остальных параметров, характеризующих состояние системы, приняты следующие значения: $m_g = 1.0$ кг/с; $m_o = 6.0$ кг/с; $T_{g0} = 310$ К; $p_{g0} = 10$ МПа; $k_{w0} = 5 \cdot 10^{-3}$; $T_{o0} = 310$ К; $p_{o0} = 15$ МПа; $T_w = 277$ К; $R_g = 520$ Дж/(кг·К); $R_v = 461$ Дж/(кг·К); $l_h = 5 \cdot 10^5$ Дж/кг; $l_w = 1.7 \cdot 10^6$ Дж/кг; $c_g = 2365$ Дж/(кг·К); $c_w = 4200$ Дж/(кг·К); $k_{gh} = 0.12$; $T_{w*} = 4228$ К; $p_{w*} = 9.34 \cdot 10^9$ Па; $T_{h0} = 280$ К; $p_{h0} = 5.5$ МПа; $T_* = 10$ К; $\lambda_g = 0.03$ Вт/(м·К); $\lambda_h = 2$ Вт/(м·К); $\lambda_w = 0.57$ Вт/(м·К); $\mu_g = 1028 \cdot 10^{-8}$ Па·с; $\rho_h = 910$ кг/м³; $v(D) = 10^{-6}$ м²/с; $g = 9.81$ м/с²; $L = 1200$ м.

Из рис. 2 следует, что при данных параметрах образование газогидрата во внутреннем канале происходит в сечении с координатой $z \sim 700$ м. Следует отметить, что протяженность данной области при рассматриваемых параметрах составляет порядка 200 м. Из фрагментов (а) и (б) следует, что температура нефти монотонно убывает на всем протяжении канала, а ее давление имеет линейный характер. При этом наиболее сильное падение температуры и давления в газе реализуется за местом максимального сужения канала. Это объясняется адиабатным расширением газа после прохождения области максимального сужения в канале, образующейся вследствие формирования газогидрата на внутренних стенках канала. Следует отметить, что распределение толщины газогидратного слоя на внутренней поверхности канала, по которому течет газ, является немонотонным. Из фрагмента (г) рис. 2 следует, что за областью максимального сужения канала, толщина газогидратного слоя уменьшается. Это обстоятельство обусловлено уменьшением влаги в потоке и, как следствие, уменьшением интенсивности гидратообразования. При этом, из рис. 2 (в) следует, что в области формирования газогидратов влагосодержание изменяется от максимального значения до нуля.

На рис. 3 для момента времени $t = 10$ ч представлены распределения толщины гидрата (а) и интенсивности гидратообразования (б) в зависимости от массового расхода нефти. При этом кривая 1 соответствует $m_o = 6$ кг/с, а кривая 2 — $m_o = 8$ кг/с; остальные параметры соответствуют рис. 2. Из рис. 3 следует, что толщина гидрата и интенсивность его образования по длине канала имеют немонотонный характер. Так, вблизи начала границы формирования газогидрата его толщина и интенсивность возрастают, достигая максимального значения, а затем уменьшаются до нуля. Данное обстоятельство можно объяснить тем, что вблизи начала формирования области гидратообразования влаги в потоке газа достаточно, и режим гидратообразования реализуется по первому механизму. Затем происходит обеднение газового потока влагой, вследствие чего процесс гидратообразования реализуется в режиме ее дефицита. При этом интенсивность гидратообразования и его толщина при этом уменьшаются до нуля. Кроме того, из рис. 3 следует, что с увеличением массового расхода

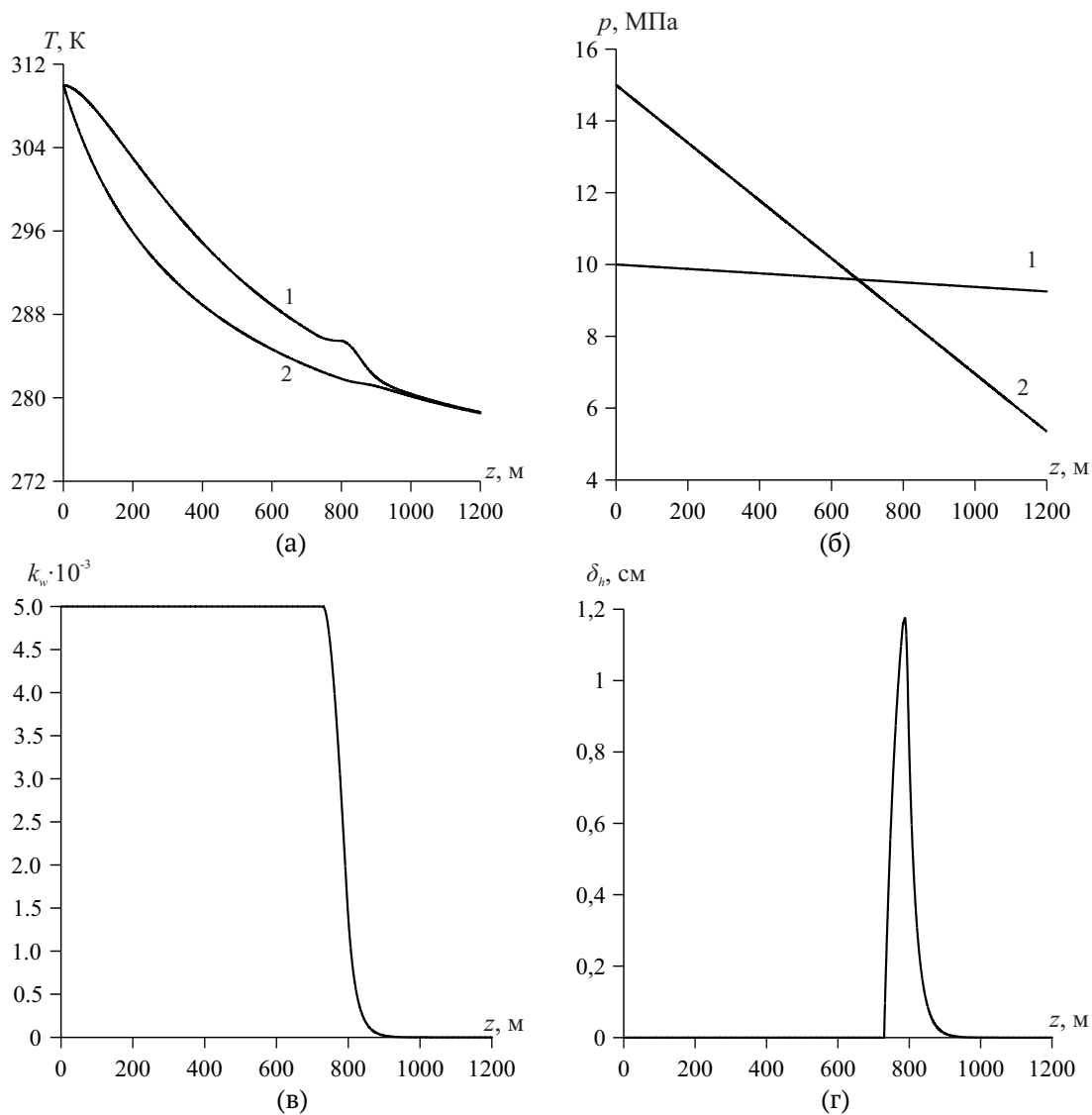


Рис. 2. Распределения температуры (а), давления (б), влагосодержания (в) и толщины газогидратного слоя (г); линии 1 и 2 соответствуют параметрам газа и нефти

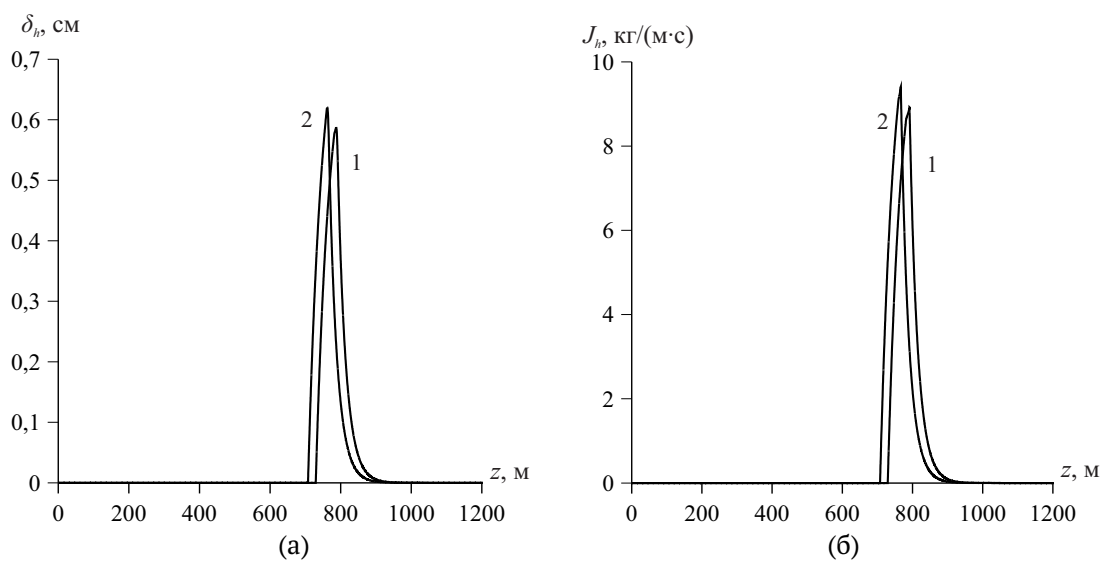


Рис. 3. Распределения толщины гидрата (а) и интенсивности гидратообразования (б) при различных значениях массового расхода нефти

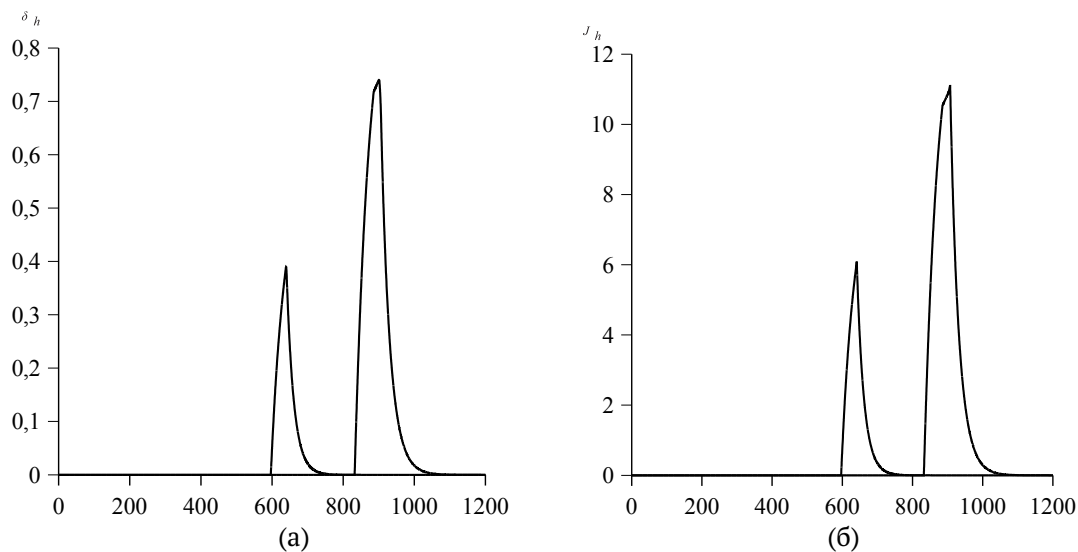


Рис. 4. Распределения толщины гидрата (а) и интенсивности гидратообразования (б) при различных значениях массового расхода газа

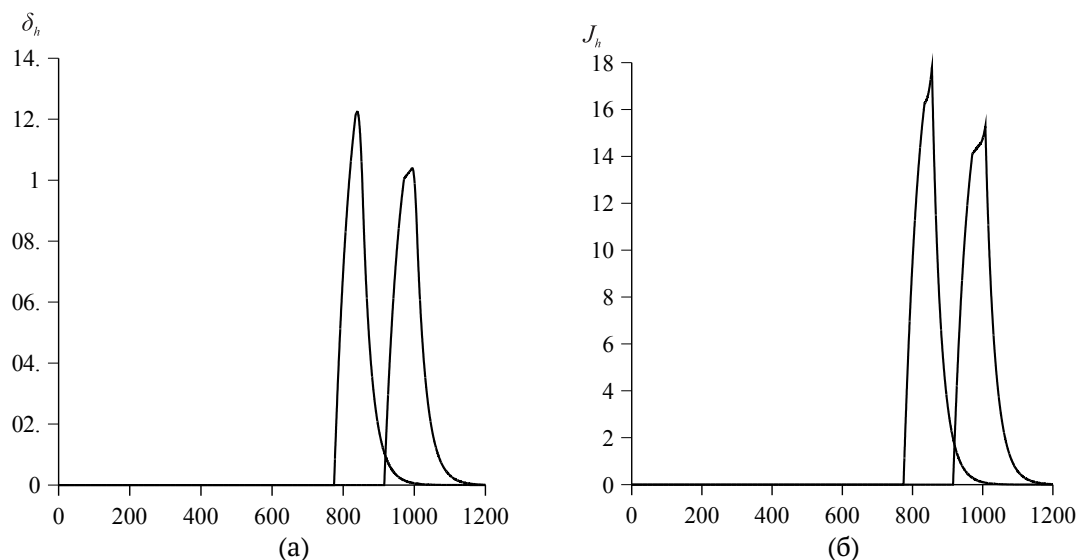


Рис. 5. Распределения толщины гидрата (а) и интенсивности гидратообразования (б) при различных значениях радиуса внешнего канала

нефти интенсивность гидратообразования увеличивается, а координата начала формирования газогидратной области уменьшается. Это связано с тем, что увеличение m_o приводит к увеличению теплообмена между нефтью и окружающей водой и газом и нефтью.

На рис. 4 представлены аналогичные рис. 3 зависимости при различных значениях массового расхода газа: кривая 1 соответствует $m_g = 0.5$ кг/с, кривая 2 — $m_g = 1.5$ кг/с. При этом $m_o = 7$ кг/с, остальные параметры соответствуют рис. 2. Из рис. 4 следует, что увеличение массового расхода газа приводит как к увеличению координаты начала области образования гидрата, так и к росту толщины газогидратного слоя. Это связано с тем, что в этом случае для достижения условий образования гидрата требуется отдача от газа большего количества теплоты, которое и реализуется при боль-

ших значениях координаты z . Также с ростом величины массового расхода газа увеличивается и содержание по массе воды в системе, что и приводит к росту толщины газогидратного слоя.

На рис. 5 представлены распределения толщины гидрата (а) и интенсивности гидратообразования (б) в зависимости от радиуса внешнего канала. При этом кривая 1 соответствует $a_2 = 18$ см, а кривая 2 — $a_2 = 20$ см; остальные параметры соответствуют рис. 4. Из рис. 5 следует, что увеличение радиуса внешнего канала приводит как к увеличению координаты начала области образования гидрата, так и толщины газогидратного слоя. Это объясняется тем, что в этом случае увеличивается и толщина нефти, что приводит к формированию области газогидрата при больших значениях координаты z .

4. Заключение

В работе представлена математическая модель течения газа и нефти в соосном трубопроводе. Показано, что при определенных параметрах системы в области течения газа возможно формирование газогидрата. На основе численных экспериментов установлено, что толщина гидрата и интенсивность его образования по длине канала имеют немонотонный характер. Получено, что с увеличением массового расхода нефти и уменьшением массового расхода газа интенсивность гидратообразования увеличивается, а координата начала формирования газогидратной области уменьшается.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов / Author Contributions

Концептуализация / Conceptualization: ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Методология / Methodology: МВС (MVS), ИАЧ (IACH); Программное обеспечение / Software: МВС (MVS); Верификация данных / Validation: ААН (AAN); Получение финансирования / Funding acquisition: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Проведение исследования / Investigation: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Ресурсы / Resources: МВС (MVS), ААН (AAN); Администрирование данных / Data curation: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Создание черновика рукописи / Writing – original draft: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Создание рукописи и ее редактирование / Writing – review & editing: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Визуализация / Visualization: МВС (MVS), ААН (AAN), ИАЧ (IACH); Руководство исследованием / Supervision: МВС (MVS), ААН (AAN); Администрирование проекта / Project administration: МВС (MVS), ААН (AAN); Получение финансирования / Funding acquisition: МВС (MVS), ААН (AAN).

Список литературы / References

- [1] Кильдибаева СР, Гималтдинов ИК. Теоретическая модель накопления углеводородов в куполе с учетом гидратообразования, лимитирующегося теплообменом. *Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов*. 2019;330(2):167–174. <https://doi.org/10.18799/24131830/2019/2/117>
- [2] Кильдибаева СР, Гималтдинов ИК. Theoretical Model for Hydrocarbon Accumulation in a Dome Taking Into Account Condensation, Limited by Heat Transfer. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. 2019;330(2):167–174. (in Russian)
- [3] Гималтдинов ИК, Кильдибаева СР. К теории начального этапа накопления нефти в куполе-сепараторе. *Теплофизика и аэромеханика*. 2015;22(3):401–406. <https://elibrary.ru/VUAXOL>
- [4] Gimaltdinov I, Kildibaeva S. About the theory of initial stage of oil accumulation in a dome-separator. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2015;22387–392. <https://doi.org/10.1134/S0869864315030130>
- [5] Rui Z, Li C, Peng F, Ling K, Chen G, Zhou X, Chang H. Development of industry performance metrics for offshore oil and gas project. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2017;39:44–53. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2017.01.022>
- [6] Archer D. Methane hydrate stability and anthropogenic climate change. *Biogeosciences*. 2007;4(4):521–544. <https://doi.org/10.5194/bg-4-521-2007>
- [7] Шагапов ВШ, Мусакаев НГ. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. М.:Наука; 2016. 320 с. (in Russian)
- [8] Чиглинцев ИА, Насыров АА. Моделирование процесса наполнения купола-сепаратора с разложением газогидрата, образовавшегося в период монтажа установки. *Инженерно-физический журнал*. 2016;89(4):851–860. <https://elibrary.ru/wfazlv>
- [9] Chiglintsev IA, Nasyrov AA. Modeling of the Process of Filling a Dome Separator with the Decomposition of a Gas Hydrate Formed During the Mounting of the Installation. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2016;89(4):854–863. <https://doi.org/10.1007/s10891-016-1446-0>
- [10] Шагапов ВШ, Уразов РР. Характеристики газопровода при наличии гидратоотложений. *Теплофизика высоких температур*. 2004;42(3):461–468. <https://elibrary.ru/OKJJSZ>
- [11] Shagapov VSh, Urazov RR. The Characteristics of a Gas Pipeline in the Presence of Hydrate Deposits. *High Temperature*. 2004;42:463–470. <https://doi.org/10.1023/B+HITE.0000033884.53813.1d>
- [12] Бондарев ЭА, Рожин ИИ, Аргунова КК. Обобщенная математическая модель образования гидратов в магистральных газопроводах. *Прикладная механика и техническая физика*. 2019;60(3):120–127. <https://doi.org/10.15372/PMTF20190312>
- [13] Bondarev EA, Rozhin II, Argunova KK. Generalized Mathematical Model of Hydrate Formation in Gas Pipelines. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2019;60:503–509. doi10.1134/S002189441903012X
- [14] Pei J, Wei S, Wang Z, et al. A Quantitative Multiphase Flow Model Coupling Hydrate Phase Transition and Deposition in Long-Distance Subsea Pipelines. *Chemical Engineering Science*. 2026;332:124112. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2026.124112>
- [15] Leifer I, Boles JR, Luyendyk BP. *Measurement of oil and gas emissions from a marine seep, development and technology*. University of California energy institute (archive); 2007. 24 p. <https://escholarship.org/uc/item/6ns670dt>
- [16] Chiglintseva AS, Nasyrov AA, Chiglintsev IA. Warm Insulation of Exhaust Pipe When Taking Gas From the "Dome – Separator" Installation From Large Depths. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;860:012033. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/860/1/012033>
- [17] Кутателадзе СС. *Основы теории теплообмена*. 2-е изд., доп. М.:Атомиздат; 1979. 416 с.
- [18] Kutateladze SS. *Fundamentals of Heat Transfer Theory*. 2nd ed. M.:Atomizdat; 1979. 416 p. (in Russian)
- [19] Song GC, Li YX, Wang WC, Jiang K, Shi Z, Ye X, Zhao PF. Experimental study of hydrate dissociation in oil-dominated systems using a high-pressure visual cell. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2017;45:26–37. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2017.04.032>
- [20] Нигматулин РИ. *Динамика многофазных сред*. Ч. 1. М.:Наука; 1987. 464 с.
- [21] Nigmatulin RI. *Dynamics of Multiphase Media*. Vol. 1. Hemisphere, N.Y.; 1990. 532 p.
- [22] Уразов РР, Чиглинцев ИА, Насыров АА. Образование склеротических отложений гидрата в трубе для отбора газа из купола-сепаратора. *Инженерно-физический журнал*. 2017;90(5):1223–1231. <https://elibrary.ru/znlkyy>
- [23] Urazov RR, Chiglintsev IA, Nasyrov AA. Formation of Sclerotic Hydrate Deposits in a Pipe for Extraction of a Gas from a Dome Separator. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2017;90(5):1162–1169. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1670-2>
- [24] Norris BWE, Zepa LE, Koh CA, Johns ML, May EF, Aman ZM. Rapid assessments of hydrate blockage risk in oil-continuous flowlines. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016;30:284–294. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2016.01.035>
- [25] Lou W, Sun D, Sun X, et al. High-Precision Nonisothermal Transient Wellbore Drift Flow Model Suitable for the Full Flow Pattern Domain and Full Dip Range. *Petroleum Science*. 2023;20:424–446. <https://doi.org/10.1016/j.petsci.2022.11.011>

Сведения об авторах / Information about the Authors

Максим Владимирович Столповский

кандидат физ.-мат. наук, доцент
Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Российская Федерация

Maxim V. Stolpovsky

Ph.D. (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation
s_maxim.pmm@mail.ru
ORCID: 0000-0001-9173-7136

Азат Аскатович Насыров

кандидат физ.-мат. наук, доцент
Уфимский государственный нефтяной технический
университет, Уфа, Российская Федерация

Azat A. Nasyrov

Ph.D. (Phys. & Math.), Assoc. Prof.
Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian
Federation

nasaza@mail.ru

ORCID: [0000-0002-1900-4955](https://orcid.org/0000-0002-1900-4955)

Игорь Александрович Чиглинцев

Кандидат физ.-мат. наук
ФГБОУ ВО "Уфимский университет науки и технологий"
(Бирский филиал), Бирск, Российская Федерация

Igor Alexandrovich Chiglintsev

Ph.D. (Phys. & Math.)
Birsk Branch of the Ufa University of Science and Technology,
Birsk, Russian Federation

schnik@mail.ru

ORCID: [0000-0003-0692-5373](https://orcid.org/0000-0003-0692-5373)



Преобразования эквивалентности для линейного поля скоростей с нулевой угловой скоростью

Ю.В. Юлмухаметова✉

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Российская Федерация

E-mail: yulmuhametova.yuv@ugatu.su

Аннотация. Известно, что дифференциальные уравнения идеальной газовой динамики с общим уравнением состояния допускают 11 преобразований эквивалентности, образующих группу Галилея, расширенную равномерным растяжением. Этим преобразованиям соответствует 11-ти мерная алгебра Ли, состоящая из операторов дифференцирования первого порядка. Для 11 подмоделей движения газа с решением в виде линейного поля скоростей, полученных ранее автором, остается открытым вопрос о том, как именно преобразуются матрицы и векторы, входящие в уравнения подмоделей, при действии этой группы. В настоящей статье эта проблема решена для подмоделей с нулевой угловой скоростью. В статье рассмотрена постановка задачи в эйлеровом и лагранжевом описаниях. Также в явном виде записаны преобразования эквивалентности для эйлеровых и лагранжевых переменных. Записаны дифференциальные операторы первого порядка соответствующей алгебры Ли. Для каждого из пяти основных типов преобразований (переносы по времени и координатам, повороты, галилеевы переносы, равномерное растяжение) получены законы преобразования матриц и векторов, входящих в уравнения подмоделей, а также преобразования на матрицы и вектора в лагранжевом описании. По полученным преобразованиям записаны дифференциальные операторы соответствующей алгебры Ли. Замечено, что при переходе к лагранжевому описанию подмодели полученные дифференциальные уравнения интегрируются. Возникающие постоянные матрица и вектор тоже преобразуются по определенным законам. Полученные результаты позволяют в дальнейшем упростить дифференциальные уравнения подмоделей в обоих описаниях или даже полностью их проинтегрировать и найти точные решения.

Ключевые слова: линейное поле скоростей; газовая динамика; преобразования эквивалентности; группа Галилея; подмодели; лагранжевы переменные

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания (номер проекта: 124030400064-2; FMRS-2024-0001).

Цитирование: Юлмухаметова Ю.В. Преобразования эквивалентности для линейного поля скоростей с нулевой угловой скоростью. *Многофазные системы*. 2026;21(3):117–122.

Equivalence Transformations for a Linear Velocity Field With Zero Angular Velocity

Yu.V. Yulmukhametova✉

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russian Federation

E-mail: yulmuhametova.yuv@ugatu.su

Abstract. It is well known that the differential equations of ideal gas dynamics with a general equation of state admit 11 equivalence transformations forming the Galilean group extended by uniform stretching. These transformations correspond to an 11-dimensional Lie algebra consisting of first-order differentiation operators. For 11 submodels of gas motion with a solution in the form of a linear velocity field obtained earlier by the author, the question remains how exactly the matrices and vectors included in the equations of the submodels are transformed under the action of this group. In this paper, this problem is solved for submodels with zero angular velocity. The paper considers the formulation of the problem in Eulerian and Lagrangian descriptions. Equivalence transformations for Eulerian and Lagrangian variables are also explicitly written. The first-order differential operators of the corresponding Lie algebra are written. For each of the five main types of transformations (time and coordinate shifts, rotations, Galilean shifts, and uniform stretching), the laws of transformation of matrices and vectors included in the equations of submodels, as well as transformations to matrices and vectors in the Lagrangian description, are obtained. The differential operators of the corresponding Lie algebra are written using the obtained transformations. It is noted that when passing to the Lagrangian description of the submodel, the obtained differential equations are integrated. The resulting constants, the matrix and the vector, are also transformed according to certain laws. The results obtained make it possible to further simplify the differential equations of the submodels in both descriptions or even integrate them completely and find exact solutions.

Keywords: linear velocity field; gas dynamics; equivalence transformations; Galilean group; submodels; Lagrangian variables

Funding: The study was funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of a state assignment (project number: 124030400064-2; FMRS-2024-0001).

Cite: Yulmukhametova YuV. Equivalence Transformations for a Linear Velocity Field With Zero Angular Velocity. *Multiphase Systems*. 2026;21(3):117–122.

1. Введение

Изучение газовой динамики частиц, скорости которых являются линейными функциями от пространственных координат, тесно связано с исследованием динамики жидких и газовых самогравитирующих эллипсоидов. Интерес к данной области обусловлен ее значением для космогонии и астрофизики, в частности, важностью ее выводов для теории фигур небесных тел. Этим исследованиям предшествовал длительный период изучения статических фигур равновесия, восходящий к «Началам» Ньютона и обусловленный научным интересом к фигуре Земли. За последние 10 лет интерес к данной тематике не ослабевает. В работе [1] представлено построение глобальных аффинных решений для сжимаемых и несжимаемых газов, описываемых уравнениями Эйлера с физическим вакуумом, в которых поле скорости линейно. На основе этой работы в [2] исследовано возмущение аффинных решений, полученных в [1] с использованием лагранжевых координат. В работе [3] для системы уравнений идеального политропного газа на равномерно вращающейся плоскости, записанной в лагранжевых координатах, найдены первые интегралы, соответствующие движению с линейным полем скоростей. Показано, что в случае показателя адиабаты равного двум, исходная система из четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка может быть сведена к одному уравнению первого порядка, и решение может быть найдено как функция времени. Проанализировано поведение этого решения вблизи положений равновесия. В [4] рассматриваются инвариантные решения с линейным полем скоростей, построенные на общей трехмерной подалгебре переносов. В результате получено несколько видов движения: коллапс на оси, коллапс на плоскости, «двойной коллапс» (сначала на оси в один момент времени и на плоскости в другой момент времени). Рассмотрены движения выделенных объемов частиц в виде параллелепипедов, которые проецируются в параллелограммы в моменты коллапса. Записаны уравнения звуковых поверхностей для политропного газа и рассмотрено их поведение для различных показателей адиабат. В [5] на основе уравнений Эйлера для сжимаемого невязкого газа с уравнением состояния идеального газа и предположением о линейной зависимости скорости получены и проанализированы различные аналитические решения для двумерной осесимметричной задачи Немчинова–Дайсона, описывающей движение эллипсоидальных газовых облаков. Получены три класса решений: дважды регулярное расширение, дважды сингулярное сжатие и смешанное. В [6] найдены

инвариантные и новые частные решения частично инвариантной подмодели на трехмерной группе Галилея. Такие решения с линейным полем скоростей имеют точечный коллапс с искривленными траекториями частиц. Рассмотрены примеры движения частиц газа для некоторых моделей.

Последние исследования, к сожалению, не содержат полного перечисления решений уравнений газовой динамики с линейным полем скоростей. В них линейное поле скоростей является либо допущением возможного решения, либо результатом групповых решений. В настоящей статье публикуются результаты, необходимые для дальнейшего полного интегрирования моделей движения газа с линейным полем скоростей.

Нахождение преобразований эквивалентности — важный этап в поиске точных решений систем дифференциальных уравнений с точки зрения группового анализа. В связи с этим данная процедура была применена к уравнениям трех из 11-ти подмоделей, полученных в [7], а именно, к подмоделям с нулевой угловой скоростью. Если рассмотреть дифференциальные уравнения подмоделей, то ими являются уравнения на матрицы и векторы. Как известно, уравнения идеальной газовой динамики с общим уравнением состояния допускают 11 преобразований эквивалентности [8]. А так как уравнения подмоделей были получены из уравнений газовой динамики с предположением о линейной зависимости скорости от координат, то и эти преобразования являются преобразованиями эквивалентности для уравнений подмоделей. Но как при этом происходит преобразование матриц и векторов, входящих в уравнения подмоделей? Ответ на данный вопрос содержится в настоящей статье. Помимо преобразований эквивалентности также были записаны и операторы дифференцирования первого порядка, которые соответствуют этим преобразованиям, что позволяет в некоторых случаях найти инварианты и упростить уравнения подмоделей.

Заметим, что помимо 11-ти известных преобразований эквивалентности известны и другие специальные преобразования, которые не меняют уравнений подмоделей, но при этом они позволяют уменьшить количество произвольных постоянных и тем самым упростить задачу нахождения точного решения. Например, в работе Овсянникова Л.В. [9] при нахождении частного решения уравнений адиабатического движения сжимаемой жидкости рассмотрено преобразование, осуществляемое неособенными матрицами. В более поздней работе при нахождении точных решений задачи о неустановившихся движениях жидкости со свободной границей и линейным полем скоростей были использованы пре-

образования, состоящие из одного растяжения и одно-
временных вращений [10]. Пухначевым В.В. в [11] тоже
рассмотрено преобразование растяжения при решении
задачи о плоском движении идеальной несжимаемой
жидкости со свободной границей и линейным полем
скоростей.

2. Постановка задачи

Рассматриваются уравнения идеальной газовой ди-
намики в эйлеровых переменных [8]:

$$\begin{aligned} \vec{u}_t + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \rho^{-1} \nabla p &= 0, \\ \rho_t + (\vec{u} \cdot \nabla) \rho + \rho \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \\ S_t + (\vec{u} \cdot \nabla) S &= 0 \text{ или} \\ p_t + (\vec{u} \cdot \nabla) p + \rho a^2 \nabla \cdot \vec{u} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\vec{u} = (u, v, w)$ — скорость; p — давление; ρ — плот-
ность; S — энтропия; уравнение состояние $p = f(\rho, S)$
замыкает систему (1); $a^2 = f_\rho$ — квадрат скорости зву-
ка. Если из уравнения состояния выразить энтропию
 $S = g(\rho, p)$, то $a^2(p, \rho) = f_\rho(\rho, g(p, \rho))$.

Решение (1) разыскивается в виде линейного поля
скоростей

$$\vec{u} = A(t)\vec{x} + \vec{u}_0(t), \quad (2)$$

где $A(t) = (a_{ij})$ — трехмерная матрица; $i, j = \overline{1, 3}$;
 $\vec{u}_0(t) = (u_0, v_0, w_0)$ — трехмерный вектор. Если $\vec{u}_0 = 0$,
то (2) задает решение с однородной деформацией. Если
 $\vec{u}_0 \neq 0$, то соотношение (2) является решением с неод-
нородной деформацией.

Рассмотрим задачу в лагранжевых переменных.
Лагранжевы переменные t, ξ вводятся с помощью ре-
шения $\vec{x} = \vec{x}(t, \xi)$ задачи Коши

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = A(t)\vec{x} + \vec{u}_0(t), \quad \vec{x}(t_0) = \vec{\xi}. \quad (3)$$

Решение имеет представление

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + M(t)\vec{\xi}, \quad \vec{x}_0(t_0) = 0, \quad M(t_0) = I, \quad (4)$$

где I — единичная матрица; t_0 — некоторый момент
времени.

Замечание. На самом деле понятие однород-
ной / неоднородной деформации следует из зависимо-
сти эйлеровых координат от лагранжевых. При $\vec{x}_0 = 0$
движение называется движением с однородной дефор-
мацией. При $\vec{x}_0 \neq 0$ — с неоднородной деформацией.

После подстановки вида вектора $\vec{x}$ (4) в (3) получим
тождество линейное по $\vec{\xi}$. После приравнивания коэф-
фициентов при $\vec{\xi}$ нулю получим соотношения, связыва-
ющие матрицы A, M и векторы $\vec{u}_0, \vec{x}_0$.

$$M' = AM, \quad \vec{x}'_0 = A\vec{x}_0 + \vec{u}_0.$$

В лагранжевых координатах уравнения газовой ди-
намики (1) с линейным полем скоростей имеют два ин-
теграла

$$\rho = \rho_0(\vec{\xi})|M|^{-1}, \quad S = S_0(\vec{\xi}),$$

и сводятся к векторному уравнению

$$\rho M^T \vec{x}_{tt} + \nabla_{\vec{\xi}} p = 0,$$

где $|M|$ — определитель матрицы M ; M^T — транспони-
рованная матрица.

Для уравнений газовой динамики (1) справедливы
преобразования эквивалентности, которые образуют
группу Галилея, расширенную равномерным растяже-
нием (G_{11}) [8]:

- 1) $t' = t + a_0$ (перенос по времени);
- 2) $\vec{x}' = \vec{x} + \vec{a}$ (преобразования переноса начала
координат);
- 3) $\vec{x}' = O\vec{x}, \vec{u}' = O\vec{u}, OO^T = I, |O| = 1$ (преобразования
поворота);
- 4) $\vec{x}' = \vec{x} + t\vec{b}, \vec{u}' = \vec{u} + \vec{b}$ (галилеевы переносы в
направлении осей координат);
- 5) $t' = at, \vec{x}' = a\vec{x}$, (равномерное растяжение
пространства независимых переменных),

где штрихом обозначены координаты преобразованной
точки; переменные, которые явно не написаны, в каж-
дом случае преобразуются тождественно; $a, a_0, \vec{b}, \vec{a}$ —
параметры преобразования; O — оператор вращения,
который может быть представлен как суперпозиция
трех вращений вокруг трех взаимно перпендикулярных
осей. Данные преобразования позволяют избавляться
от ненужных постоянных, возникающих при решении
задач, либо уточнять некоторые постоянные, тем са-
мым упрощая вид точных решений.

Группе G_{11} соответствует алгебра Ли L_{11} с базисом
из операторов, записанных в декартовой системе ко-
ординат [12]:

$$X_1 = \partial_x, \quad X_2 = \partial_y, \quad X_3 = \partial_z, \quad X_4 = t\partial_x + \partial_u,$$

$$X_5 = t\partial_y + \partial_v, \quad X_6 = t\partial_z + \partial_w,$$

$$X_7 = y\partial_z - z\partial_y + v\partial_w - w\partial_v,$$

$$X_8 = z\partial_x - x\partial_z + w\partial_u - u\partial_w,$$

$$X_9 = x\partial_y - y\partial_x + u\partial_v - v\partial_u,$$

$$X_{10} = \partial_t, \quad X_{11} = t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y + z\partial_z.$$

Как известно, уравнения газовой динамики (1) с ре-
шением (2) образует 11 подмоделей движения газа с ли-
нейным полем скоростей [7]. Подмодели образуют обык-
новенные дифференциальные уравнения на неизвест-
ную матрицу $A, \vec{u}_0$. При их получении матрица $A' + A^2$
была представлена как сумма симметричной матрицы
 S и антисимметричной матрицы, задаваемой вектором
угловой скорости $\vec{\omega}$. В настоящей статье будут рассмот-
рены преобразования эквивалентности для подмоделей,
у которой $\vec{\omega} = 0$. Таких подмоделей всего три.

3. Преобразования эквивалентности в эйлеровых переменных

Для получения подмоделей движения газа с линейным полем скоростей были использованы следующие обозначения:

$$A' + A^2 = S, \quad S = S^T, \quad \vec{u}'_0 + A\vec{u}_0 = \vec{v}, \quad (5)$$

где $S = (s_{ij})$ — симметричная матрица 3×3 ; $\vec{v}(t) = (v_1, v_2, v_3)$ — трехмерный вектор. Требуется записать преобразования эквивалентности 1–5 в эйлеровых переменных для матриц A , S и векторов $\vec{u}_0$, $\vec{v}$.

1. Применим преобразование переноса по времени к (5), очевидно получим

$$A' = A, \quad S' = S, \quad \vec{u}'_0 = \vec{u}_0, \quad \vec{v}' = \vec{v}.$$

То есть, матрицы и вектора не меняются при переносе по времени.

2. Применим преобразование переноса начала координат к (5), получим

$$A' = A, \quad S' = S, \quad \vec{u}'_0 = \vec{u}_0 - A\vec{a}, \quad \vec{v}' = \vec{v} - S\vec{a}.$$

То есть, перенос начала координат меняет только координаты векторов.

3. Применим преобразование поворота к (5), получим

$$A' = OAO^T, \quad S' = OSO^T, \quad \vec{u}'_0 = O\vec{u}_0, \quad \vec{v}' = O\vec{v}.$$

4. Применим галилеевы переносы к (5), получим

$$A' = A, \quad S' = S, \quad \vec{u}'_0 = \vec{u}_0 + \vec{b} - A\vec{b}t, \quad \vec{v}' = \vec{v} - S\vec{b}t.$$

Галилеевы переносы не меняют матрицы, но меняют вектора.

5. Применим равномерное растяжение к (5), получим

$$A' = \frac{1}{a}A, \quad S' = \frac{1}{a^2}S, \quad \vec{u}'_0 = \vec{u}_0, \quad \vec{v}' = \frac{1}{a}\vec{v}.$$

Преобразования эквивалентности, образующие 11-ти мерную группу Галилея, порождают 11-ти мерную алгебру Ли. Запишем продолжения операторов алгебры Ли L_{11} , учитывая преобразования для матриц A , S и векторов $\vec{u}_0$, $\vec{v}$.

1. Преобразованию переноса по времени соответствует оператор $X_{10} = \partial_t$. Так как преобразование не меняет матрицы и векторы, то у его оператора нет продолжения.
2. Преобразованию переноса начала координат соответствуют операторы $X_1 = \partial_x$, $X_2 = \partial_y$, $X_3 = \partial_z$. Продолженные операторы примут вид:

$$\partial_x - a_{11}\partial_{u_0} - a_{21}\partial_{v_0} - a_{31}\partial_{w_0} - s_{11}\partial_{v_1} - s_{12}\partial_{v_2} - s_{13}\partial_{v_3} = \partial_x - \vec{a}_1 \cdot \partial_{\vec{u}_0} - \vec{s}_1 \cdot \partial_{\vec{v}},$$

$$\partial_y - a_{12}\partial_{u_0} - a_{22}\partial_{v_0} - a_{32}\partial_{w_0} - s_{12}\partial_{v_1} - s_{22}\partial_{v_2} - s_{23}\partial_{v_3} = \partial_y - \vec{a}_2 \cdot \partial_{\vec{u}_0} - \vec{s}_2 \cdot \partial_{\vec{v}},$$

$$\partial_z - a_{13}\partial_{u_0} - a_{23}\partial_{v_0} - a_{33}\partial_{w_0} - s_{13}\partial_{v_1} - s_{23}\partial_{v_2} - s_{33}\partial_{v_3} = \partial_z - \vec{a}_3 \cdot \partial_{\vec{u}_0} - \vec{s}_3 \cdot \partial_{\vec{v}},$$

где $\vec{a}_i$ — вектор столбец матрицы A ; $\vec{s}_i$ — вектор столбец матрицы S . Запишем операторы в векторном виде

$$Z_1 = \partial_{\vec{x}} - A^T \partial_{\vec{u}_0} - S \partial_{\vec{v}}.$$

3. Преобразованию поворота соответствуют операторы $X_7 = y\partial_z - z\partial_y + v\partial_w - w\partial_v$, $X_8 = z\partial_x - x\partial_z + w\partial_u - u\partial_w$, $X_9 = x\partial_y - y\partial_x + u\partial_v - v\partial_u$. Продолженные операторы примут вид:

$$y\partial_z - z\partial_y + v\partial_w - w\partial_v + v_0\partial_{w_0} - w_0\partial_{v_0} + v_2\partial_{v_3} - v_3\partial_{v_2} - a_{13}\partial_{a_{12}} + a_{12}\partial_{a_{13}} - a_{31}\partial_{a_{21}} + a_{21}\partial_{a_{31}} + a_{32}\partial_{a_{33}} - a_{33}\partial_{a_{32}} - a_{32}\partial_{a_{22}} + a_{22}\partial_{a_{32}} + a_{23}\partial_{a_{33}} - a_{33}\partial_{a_{23}} - a_{23}\partial_{a_{22}} + a_{22}\partial_{a_{23}} - s_{13}\partial_{s_{12}} + s_{12}\partial_{s_{13}} - 2s_{23}\partial_{s_{22}} + (s_{22} - s_{33})\partial_{s_{23}} + 2s_{23}\partial_{s_{33}};$$

$$z\partial_x - x\partial_z + w\partial_u - u\partial_w + w_0\partial_{u_0} - u_0\partial_{w_0} + v_3\partial_{v_1} - v_1\partial_{v_3} + a_{13}\partial_{a_{11}} - a_{11}\partial_{a_{13}} + a_{31}\partial_{a_{11}} - a_{11}\partial_{a_{31}} + a_{32}\partial_{a_{12}} - a_{12}\partial_{a_{32}} + a_{23}\partial_{a_{21}} - a_{21}\partial_{a_{23}} - a_{31}\partial_{a_{33}} + a_{33}\partial_{a_{31}} - a_{13}\partial_{a_{33}} + a_{33}\partial_{a_{13}} + 2s_{13}\partial_{s_{11}} + s_{23}\partial_{s_{12}} + (s_{33} - s_{11})\partial_{s_{13}} - s_{12}\partial_{s_{23}} - 2s_{13}\partial_{s_{33}};$$

$$x\partial_y - y\partial_x + u\partial_v - v\partial_u + u_0\partial_{v_0} - v_0\partial_{u_0} + v_1\partial_{v_2} - v_2\partial_{v_1} + a_{13}\partial_{a_{23}} - a_{23}\partial_{a_{13}} + a_{31}\partial_{a_{32}} - a_{32}\partial_{a_{31}} + a_{21}\partial_{a_{22}} - a_{22}\partial_{a_{21}} + a_{12}\partial_{a_{22}} - a_{22}\partial_{a_{12}} - a_{21}\partial_{a_{11}} + a_{11}\partial_{a_{21}} + a_{11}\partial_{a_{12}} - a_{12}\partial_{a_{11}} - 2s_{12}\partial_{s_{11}} + 2s_{12}\partial_{s_{22}} + (s_{11} - s_{22})\partial_{s_{12}} - s_{23}\partial_{s_{13}} + s_{13}\partial_{s_{23}}.$$

4. Галилеевым переносам соответствуют операторы $X_4 = t\partial_x + \partial_u$, $X_5 = t\partial_y + \partial_v$, $X_6 = t\partial_z + \partial_w$. Продолженные операторы примут вид:

$$t\partial_x + \partial_u + (1 - ta_{11})\partial_{u_0} - ta_{21}\partial_{v_0} - ta_{31}\partial_{w_0} - ts_{11}\partial_{v_1} - ts_{12}\partial_{v_2} - ts_{13}\partial_{v_3};$$

$$t\partial_y + \partial_v - ta_{12}\partial_{u_0} + (1 - ta_{22})\partial_{v_0} - ta_{32}\partial_{w_0} - ts_{12}\partial_{v_1} - ts_{22}\partial_{v_2} - ts_{23}\partial_{v_3};$$

$$t\partial_z + \partial_w - ta_{13}\partial_{u_0} - ta_{23}\partial_{v_0} + (1 - ta_{33})\partial_{w_0} - ts_{13}\partial_{v_1} - ts_{23}\partial_{v_2} - ts_{33}\partial_{v_3}.$$

Операторы можно записать в векторном виде

$$Z_2 = t\partial_{\vec{x}} + \partial_{\vec{u}} + (I - tA^T)\partial_{\vec{u}_0} - tS\partial_{\vec{v}}.$$

5. Равномерному растяжению соответствует оператор $X_{11} = t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y + z\partial_z$. Продолженный оператор примет вид:

$$t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y + z\partial_z - a_{ij}\partial_{a_{ij}} - 2s_{ij}\partial_{s_{ij}} - v_1\partial_{v_1} - v_2\partial_{v_2} - v_3\partial_{v_3},$$

где по повторяющимся индексам происходит суммирование, или

$$t\partial_t + \vec{x} \cdot \partial_{\vec{x}} - \vec{v} \cdot \partial_{\vec{v}} - A\partial_A - 2S\partial_S.$$

Оператор, соответствующий преобразованию 5, где $a_0(t)$ может принимать два вида имеет инварианты

$$\frac{\vec{x}}{t}, t\vec{v}, tA, t^2S.$$

Специальный выбор инвариантного решения позволит упростить дифференциальные уравнения подмодели и возможно поможет даже провести полное интегрирование.

4. Преобразования эквивалентности для лагранжевых переменных

После перехода к лагранжевым переменным связь матриц и векторов осуществляется по формулам:

$$A = M'M^{-1}, S = M''M^{-1}, \quad \vec{u}_0 = \vec{x}'_0 - M'M^{-1}\vec{x}_0, \quad \vec{v} = \vec{x}''_0 - M''M^{-1}\vec{x}_0. \quad (6)$$

Требуется записать преобразования эквивалентности 1–5 в лагранжевых переменных для матрицы M и вектора $\vec{x}_0$.

1. Применим преобразование переноса по времени к (6), очевидно получим

$$M' = M, \quad \vec{x}'_0 = \vec{x}_0.$$

То есть, матрица M и вектор $\vec{x}_0$ не меняются при переносе по времени.

2. Применим преобразование переноса начала координат к (6), получим

$$M' = M, \quad \vec{x}'_0 = \vec{x}_0 - M\vec{a} + \vec{a}.$$

То есть, перенос начала координат меняет только координаты вектора.

3. Применим преобразование поворота к (6), получим

$$M' = OMO^T, \quad \vec{x}'_0 = O\vec{x}_0.$$

4. Применим галилеевы переносы к (6), получим

$$M' = M, \quad \vec{x}'_0 = \vec{x}_0 + \vec{b}t - M\vec{b}t_0.$$

Галилеевы переносы не меняют матрицу, но меняют вектор.

5. Применим равномерное растяжение к (6), получим

$$M' = M, \quad \vec{x}'_0 = a\vec{x}_0.$$

5. Применение преобразований эквивалентности

Рассмотрим уравнения подмоделей, в которых $\vec{\omega} = 0$, а именно ПОДМОДЕЛЬ 2–4 в эйлеровых переменных [7]. Они состоят из дифференциальных уравнений:

$$A' + A^2 = S, \quad S = S^T,$$

$$S' + SA + A^T S = a_0(t)S,$$

$$\vec{u}'_0 + A\vec{u}_0 = \vec{v},$$

$$\vec{v}' + A^T \vec{v} + S\vec{u}_0 = a_0(t)\vec{v},$$

где $a_0(t)$ может принимать два вида

$$a_0(t) = (1 - \gamma)\text{tr}A$$

или

$$a_0(t) = \frac{|M|'}{|M|} \cdot \frac{1 - \gamma - (1 - \gamma_1)N|M|^{\gamma - \gamma_1}}{1 - N|M|^{\gamma - \gamma_1}},$$

где γ, γ_1 — показатели адиабаты; N — постоянная интегрирования.

Перейдем в лагранжевые переменные по правилу (6):

$$(M^T M'')' = a_0(t)M^T M'',$$

$$(M^T \vec{x}''_0)' = a_0(t)M^T \vec{x}''_0.$$

Матричное и векторное уравнения один раз интегрируются. Получим

$$M^T M'' = L \exp \left(\int a_0(t) dt \right), \quad M^T \vec{x}''_0 = \vec{l} \exp \left(\int a_0(t) dt \right) \quad (7)$$

где L и $\vec{l}$ — постоянная матрица и вектор. Из условия $S = S^T$ следует, что $M''M^{-1} = (M''M^{-1})^T$, а значит получим условие на постоянную матрицу L : $L = L^T$, то есть L должна быть симметричной.

Замечание. Рассмотренные уравнения подмоделей и лагранжевы интегралы были получены ранее в [7]. Там же приводится систематизация группы эквивалентности для случая подмоделей с нулевой угловой скоростью $\vec{\omega} = 0$.

Применим преобразования эквивалентности в лагранжевых переменных к уравнениям (7).

1. Преобразование переноса по времени очевидно допускается.

2. Преобразование переноса начала координат допускается матричным уравнением (7). Чтобы преобразование переноса начала координат допускалось векторным уравнением, необходимо, чтобы

$$\vec{l}' = \vec{l} - L\vec{b}.$$

3. Применим преобразование поворота к (7), получим

$$L' = OLO^T, \quad \vec{l}' = O\vec{l}.$$

4. Применим галилеевы переносы к (7). Матричное уравнение допускает галилеевы переносы. Чтобы векторное допускало, необходимо

$$\vec{l}' = \vec{l} - L\vec{b}t_0.$$

5. Применим равномерное растяжение к (7). Чтобы уравнения его допускали, необходимо, чтобы матрица и вектор менялись по закону

$$L' = \frac{1}{a^2}L, \quad \vec{l}' = \frac{1}{a}\vec{l}.$$

Так как матрица L и $\vec{l}$ постоянные, то преобразования эквивалентности позволяют уточнить некоторые элементы матрицы и вектора, что сокращает количество произвольных постоянных в задаче. Например, так как матрица L симметричная, то преобразование поворота $\mathcal{Z}$ приводит ее к диагональному виду. После этого, если к диагональной матрице применить преобразование растяжения $\mathcal{S}$, то один из диагональных элементов можно сделать равным ± 1 .

6. Заключение

В настоящей работе выполнено систематическое исследование действия группы Галилея, расширенной равномерным растяжением (11 преобразований эквивалентности), на подмодели газовой динамики с решением в виде линейного поля скоростей — случай с нулевой угловой скоростью ($\vec{\omega} = 0$). Основные результаты заключаются в следующем. Получены законы преобразования для матриц и векторов в эйлеровых переменных, входящих в дифференциальные уравнения подмодели. Построены продолженные операторы соответствующей 11-мерной алгебры Ли, учитывающие действие преобразований на зависимые переменные подмодели. Эти операторы позволяют в дальнейшем применять стандартные методы группового анализа для поиска инвариантов, редукции и интегрирования дифференциальных уравнений подмоделей. Также выполнен переход к лагранжевым переменным, где уравнения подмодели принимают более простую форму. В лагранжевом описании показано, что исходная система сводится к интегрируемым соотношениям. Продемонстрирована практическая ценность полученных преобразований. Это позволяет существенно сократить число произвольных постоянных при построении точных решений.

Таким образом, результаты работы создают основу для дальнейшего анализа подмоделей газовой динамики с линейным полем скоростей. Перспективными направлениями являются: классификация инвариантов; полное интегрирование уравнений подмодели в случае $\vec{\omega} = 0$ и распространение аналогичного подхода на остальные подмодели.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы / References

- [1] Sideris TC. Global existence and asymptotic behavior of affine motion of 3D ideal fluids surrounded by vacuum *Arch. Rat. Mech. Anal.* 2017;**225**(1):141–176. <https://doi.org/10.1007/s00205-017-1106-3>
- [2] Hadzic M., Jang JJ. A Class of Global Solutions to the Euler–Poisson System *Commun. Math. Phys.* 2019;**370**:475–505. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s00220-019-03525-1>
- [3] Турцынский МК. О свойствах решений уравнений газовой динамики на вращающейся плоскости, отвечающих движениям с однородной деформацией *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех.* 2020;**75**(2):39–45.
Turtsynskii MK. Properties of Solutions to Gas Dynamics Equations on a Rotating Plane: the Case of Motions with Uniform Deformation *Moscow Univ. Mech. Bull.* 2020;**75**:37–43. <https://doi.org/https://doi.org/10.3103/S002713302002003X>
- [4] Хабиров СВ. Инвариантные движения частиц общей трехмерной подгруппы группы всех пространственных переносов *Челяб. физ.-матем. журн.* 2020;**5**(4):400–414. <https://doi.org/10.47475/2500-0101-2020-15402>
Khabirov SV. Invariant particle motions of the general three-dimensional subgroup of the group of all spatial transfers *Chelyabinsk Physical and Mathematical Journal*. 2020;**5**(4):400–414. (in Russian)
- [5] Giron JF., Ramsey SD., Baty RS. Nemchinov–Dyson solutions of the two-dimensional axisymmetric inviscid compressible flow equations *Physics of fluid*. 2020;**32**(12):127116. <https://doi.org/10.1063/5.0032170>
- [6] Хабиров СВ. Движение частиц газа, построенное по группе Галилея *Тр. Ин-та математики и механики Уро РАН*. 2021;**27**(1):173–187. <https://doi.org/10.21538/0134-4889-2021-27-1-173-187>
Khabirov SV. Motion of gas particles based on the Galilei group *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*. 2021;**27**(1):173–187. (in Russian)
- [7] Юлмухаметова ЮВ. Подмодели газовой динамики с линейным полем скоростей. Дисс. канд. физ.-мат. наук. Уфа. УНЦ РАН; 2011 119 с. <https://elibrary.ru/wnavjm>
Yulmukhametova YuV. *Submodels of gas dynamics with linear velocity fields*. Ph.D. Thes. Ufa, USC RAS; 2011 119 p. (in Russian)
- [8] Овсянников ЛВ. *Лекции по основам газовой динамики*. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований; 2003. 336 с.
Ovsyannikov LV. *Lectures on the basics of gas dynamics*. Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Research; 2003. 336 p. (in Russian)
- [9] Овсянников ЛВ. Новое решение уравнений гидродинамики *Докл. АН СССР*. 1956;**111**(1):47–49.
Ovsyannikov LV. A new solution to the equations of hydrodynamics *Dokl. USSR Academy OF Sciences*. 1956;**111**(1):47–49. (in Russian)
- [10] Овсянников ЛВ. Задача о неустойчивом движении жидкости со свободной границей. Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние; 1967. 107 с.
Ovsyannikov LV. *The problem of unsteady motion of a fluid with a free boundary*. Novosibirsk : Nauka. Siberian Branch; 1967. 107 p. (in Russian)
- [11] Пухначев ВВ. О движении жидкого эллипса *Динамика сплошной среды*. 1978;**33**:68–78. <https://elibrary.ru/zevsmv>
Pukhnachev VV. On the motion of a liquid ellipse *Dynamics of a continuous medium*. 1978;**33**:68–78. (in Russian)
- [12] Овсянников ЛВ. Программа «ПОДМОДЕЛИ». Газовая динамика *Прикладная математика и механика*. 1994;**58**(4):30–55.
Ovsyannikov LV. The "SUBMODELS" program. Gas dynamics *Applied Mathematics and Mechanics*. 1994;**58**(4):30–55. (in Russian)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Юлия Валерьевна Юлмухаметова

кандидат физ.-мат. наук.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа,
Российская Федерация

Yulya V. Yulmukhametova

Ph.D. (Phys. & Math.).

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa, Russian Federation

yulmuhametova.yuv@ugatu.ru

ORCID: 0000-0002-5127-4584



Численное моделирование распределения напряженности электрического поля при электрохимической обработке титановых сплавов

А.А. Соколова✉, Н.М. Шерыхалина, А.Р. Ураков, Е.Р. Шаймарданова

Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Российская Федерация

E-mail: alexandrakrasich@gmail.com

Аннотация. Рассматривается распределение безразмерного электрического поля в двумерной модели межэлектродного пространства при электрохимической обработке. Поводом для исследования стали наблюдаемые эффекты повреждения боковых поверхностей титановых заготовок за пределами зоны формообразования. Работа направлена на оценку краевых эффектов, а также сопоставление напряжённости в рабочем зазоре и прилегающих областях электролита. Геометрия модели задана без привязки к физическим размерам; геометрическим параметром служит отношение высоты межэлектродного зазора к вертикальному размеру электрода. Электролит рассматривается как неограниченная среда, а разность потенциалов электродов задаётся параметром. Радиусы скругления кромок отдельно не задавались. Проанализированы результаты расчёта, выполненного в программном комплексе ELCUT методом конечных элементов. Результаты представлены в виде безразмерного модуля напряжённости E^* . По экспортированным данным построены координатные профили и карта распределения безразмерной напряжённости. Для боковых областей представлены интерполяционные изолинии, позволяющие проследить пространственное изменение поля. Полученные результаты согласуются с предположением о возможности паразитного растворения вне зоны формообразования. Однако установление причин повреждений требует сопоставления расчётных распределений с состоянием поверхности и электрохимическими характеристиками сплава в используемом электролите. Выявленные особенности поля позволяют наметить варианты изменения конструкции электрода-инструмента и размещения изоляционных экранов. Эффективность таких изменений необходимо оценивать дополнительными расчётами с проверкой сеточной сходимости и экспериментальными исследованиями.

Ключевые слова: электрохимическая обработка; титановые сплавы; метод конечных элементов; напряжённость электрического поля; паразитное растворение; пассивация

Финансирование: Работа выполнена в рамках проекта РНФ № 25-99-33001.

Цитирование: Соколова АА, Шерыхалина НМ, Ураков АР, Шаймарданова ЕР. Численное моделирование распределения напряженности электрического поля при электрохимической обработке титановых сплавов. *Многофазные системы*. 2026;21(3):123–128.

Numerical Simulation of Electric Field Distribution in Electrochemical Machining of Titanium Alloys

A.A. Sokolova✉, N.M. Sherykhalina, A.R. Urakov, E.R. Shaimardanova

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation

E-mail: alexandrakrasich@gmail.com

Abstract. This study examines the dimensionless electric field distribution in a two-dimensional model of the interelectrode region during electrochemical machining (ECM). The investigation was prompted by damage observed on the lateral surfaces of titanium workpieces outside the intended machining zone. The aim is to assess edge effects and compare electric field strengths within the working gap and in adjacent regions of the electrolyte. The model geometry is defined independently of physical dimensions, with the ratio of the interelectrode gap height to the vertical dimension of the electrode serving as a key parameter. The electrolyte is treated as an unbounded medium, and the potential difference between the electrodes is specified as a model parameter. Edge rounding radii are not explicitly prescribed. The analysis is based on finite element simulations performed in ELCUT. The results are presented as the dimensionless electric field magnitude E^* . The exported data are used to construct spatial profiles and a map of the dimensionless field strength distribution. Interpolated contour lines are presented for the lateral regions to illustrate spatial variations in the field. The E^* values vary only slightly across the selected section of the gap. The field is weaker in the lateral regions, where elevated values are concentrated near the gap level and decrease

with distance from it along the directions examined. These findings are consistent with the possibility of stray dissolution outside the intended machining zone. Establishing the causes of the damage, however, requires comparison of the calculated field distributions with the observed surface condition and the electrochemical characteristics of the alloy in the electrolyte used. The identified field patterns suggest possible modifications to the tool electrode geometry and the placement of insulating shields. The effectiveness of these modifications should be assessed through further simulations, including mesh convergence checks, and experimental investigation.

Keywords: electrochemical machining; titanium alloys; finite element method; electric field strength; stray dissolution; passivation

Funding: The investigation is funded by the Russian Science Foundation, Grant No. 25-99-33001.

Cite: Sokolova AA, Sherykhalina NM, Urakov AR, Shaimardanova ER. Numerical simulation of electric field distribution in electrochemical machining of titanium alloys. *Multiphase Systems*. 2026;21(3):123–128.

1. Введение

Титановые сплавы применяются при изготовлении деталей газотурбинных двигателей, в том числе лопаток компрессоров. Электрохимическая обработка (ЭХО) позволяет формировать их поверхности за счёт анодного растворения материала. Заготовку подключают к положительному полюсу источника тока, электрод-инструмент — к отрицательному; электролит в межэлектродном зазоре замыкает электрическую цепь. Расчёт формы инструмента и межэлектродного пространства составляет основу математического описания формообразования. Алгоритм профилирования электрода-инструмента при импульсной ЭХО рассмотрен в работе [1], а его связь с построением трёхмерной модели инструмента в CAD-системе в [2].

При обработке титановых сплавов наряду с точностью формы необходимо учитывать состояние поверхностного слоя. В работе [3] исследовано наводороживание сплава ВТ9 при окончательной импульсной ЭХО лопаток компрессора. В экспериментах с комбинированным электродом «железо-титан» установлено, что анодное поведение его составляющих изменяется при изменении состава галогенидсодержащего электролита и режима поляризации [4]. Эти процессы определяют необходимость совместного рассмотрения распределения поля и электрохимических свойств поверхности.

В ходе натурных испытаний наблюдались локальные повреждения боковых поверхностей титановых заготовок вне зоны непосредственного формообразования. Одной из возможных причин является растекание тока за пределы рабочего зазора. В настоящей работе исследуется соответствующее распределение электрического поля в двумерном сечении ячейки. Целью расчёта является сопоставление напряжённости в зазоре и прилегающих боковых областях, а также определение сосредоточения повышенных значений поля.

Для достижения этой цели поставлены следующие задачи:

1. Формулировка безразмерной двумерной модели электрического поля в межэлектродном пространстве.
2. Расчёт распределения напряжённости методом конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе ELCUT.

3. Сопоставление значений поля в рабочем зазоре и боковых областях по расчётной выборке.
4. Определение направления изменения геометрии инструмента и размещения изоляционных экранов для последующей проверки.

2. Математическая постановка и численный метод

Рассматривается двумерное сечение двух электродов с узким зазором и прилегающими областями электролита. Геометрия задана в безразмерных координатах X, Y . Геометрическим параметром служит отношение высоты зазора d^* к вертикальному размеру электрода H^* :

$$\delta = \frac{d^*}{H^*}.$$

Электролит принимается однородным и неограниченным, поле стационарным, поверхности электродов — эквипотенциальными. Геометрия в ходе расчёта не изменяется; скругление кромок отдельно не задаётся. Влияние температуры, концентрации и течения электролита в данной постановке не рассматривается.

Через Φ обозначим безразмерный потенциал. Вектор напряжённости и его модуль определяются соотношениями

$$E^* = -\nabla\Phi, \quad |E^*| = |\nabla\Phi|, \quad (1)$$

где дифференцирование выполняется по координатам X, Y . В однородной среде потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial Y^2} = 0.$$

Такая постановка описывает первичное распределение тока, при котором падением потенциала на межфазных границах пренебрегают. Учёт электродных реакций требует задания поляризационных зависимостей в граничных условиях; соответствующий подход рассмотрен в [5]. Здесь исследуется влияние геометрии на поле в электролите.

Для численного решения использован программный комплекс ELCUT. Схема поперечного сечения межэлектродного пространства приведена на рис. 1. Модуль E^* далее представлен в исходной нормировке безразмерной задачи; дополнительное деление на поле в рабочем зазоре не выполняется.

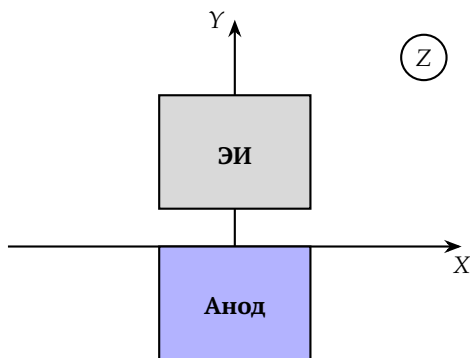


Рис. 1. Схема поперечного сечения межэлектродного пространства; ЭИ – электрод-инструмент

Расчётная область разбивается на треугольные конечные элементы. Внутри каждого элемента потенциал аппроксимируется линейной комбинацией узловых значений:

$$\Phi_h(X, Y) = \sum_{i=1}^3 N_i(X, Y) \Phi_i.$$

Здесь $N_i(X, Y) = a_i + b_i X + c_i Y$ – линейные функции формы. Коэффициенты a_i , b_i и c_i определяются координатами вершин треугольника. После объединения элементов и учёта граничных условий формируется разреженная система линейных алгебраических уравнений относительно узловых значений Φ_i . По найденному потенциалу напряжённость вычисляется согласно (1). Для линейных треугольных элементов градиент постоянен внутри каждого элемента; при построении изображения

поля следует учитывать способ его интерполяции.

Использовалась треугольная сетка с локальным сгущением около зазора и кромок (рис. 2). После первоначального построения выполнялась перестановка узлов. Выбор МКЭ связан с возможностью локального сгущения сетки и используемым решателем. Применение этого метода к моделированию ЭХО и профилированию инструмента описано в [1].

На поверхностях анода и катода потенциалы задаются с безразмерной разностью U^* , индексы a и c обозначают соответствующие границы:

$$\Phi|_{\Gamma_a} = U^*, \quad \Phi|_{\Gamma_c} = 0.$$

Для неограниченного электролита при отсутствии внешнего поля принимается условие $\Phi \rightarrow \Phi_\infty$ при удалении от электродов, где Φ_∞ – конечная постоянная. Границы окна изображения не являются изолирующими стенками ячейки.

При численном представлении неограниченной среды положение и условия на искусственной внешней границе требуют отдельной проверки. Сравнение решений при её удалении, как и исследование сеточной сходимости, в настоящей работе не выполнялось.

Для анализа использована выборка из 420 точек, содержащая координаты X , Y и модуль E^* . Карта значений поля и изолинии в боковых областях представлены на рис. 3. Изолинии построены линейной интерполяцией только в ячейках с четырьмя положительными вершинами. Нулевые записи показаны отдельно и в интерполяции не участвуют.

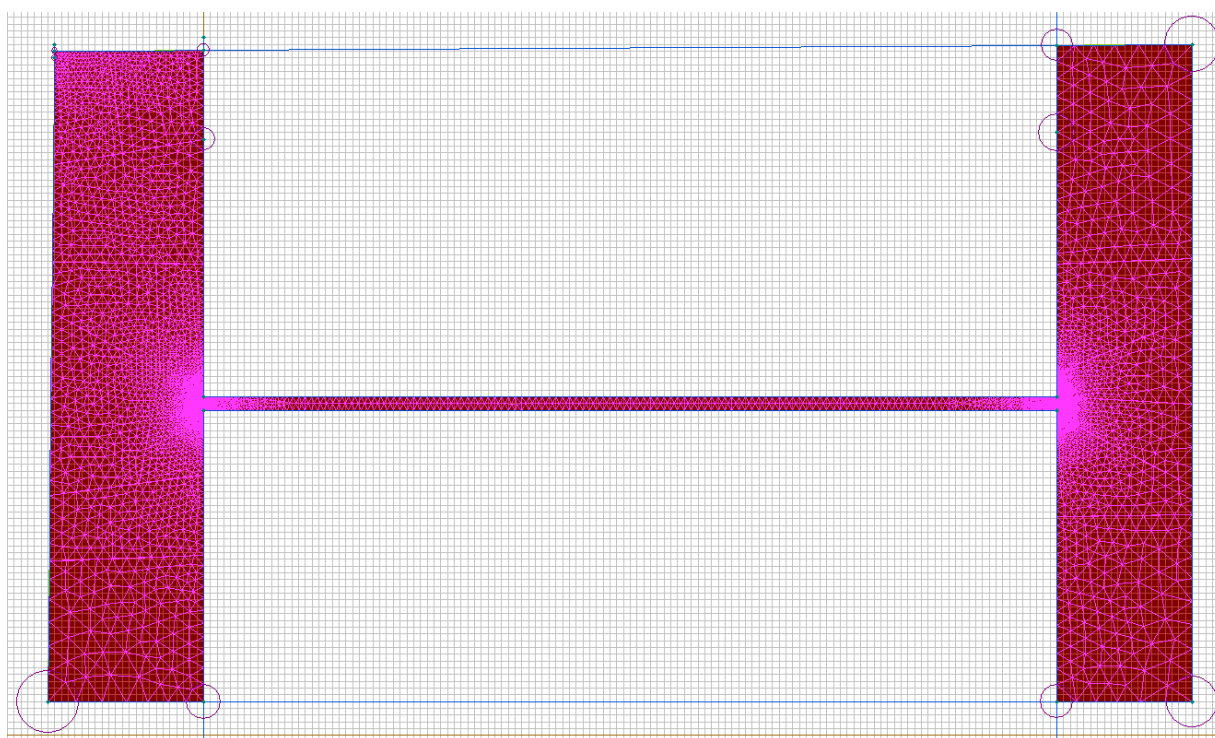


Рис. 2. Конечно-элементная сетка в межэлектродном пространстве

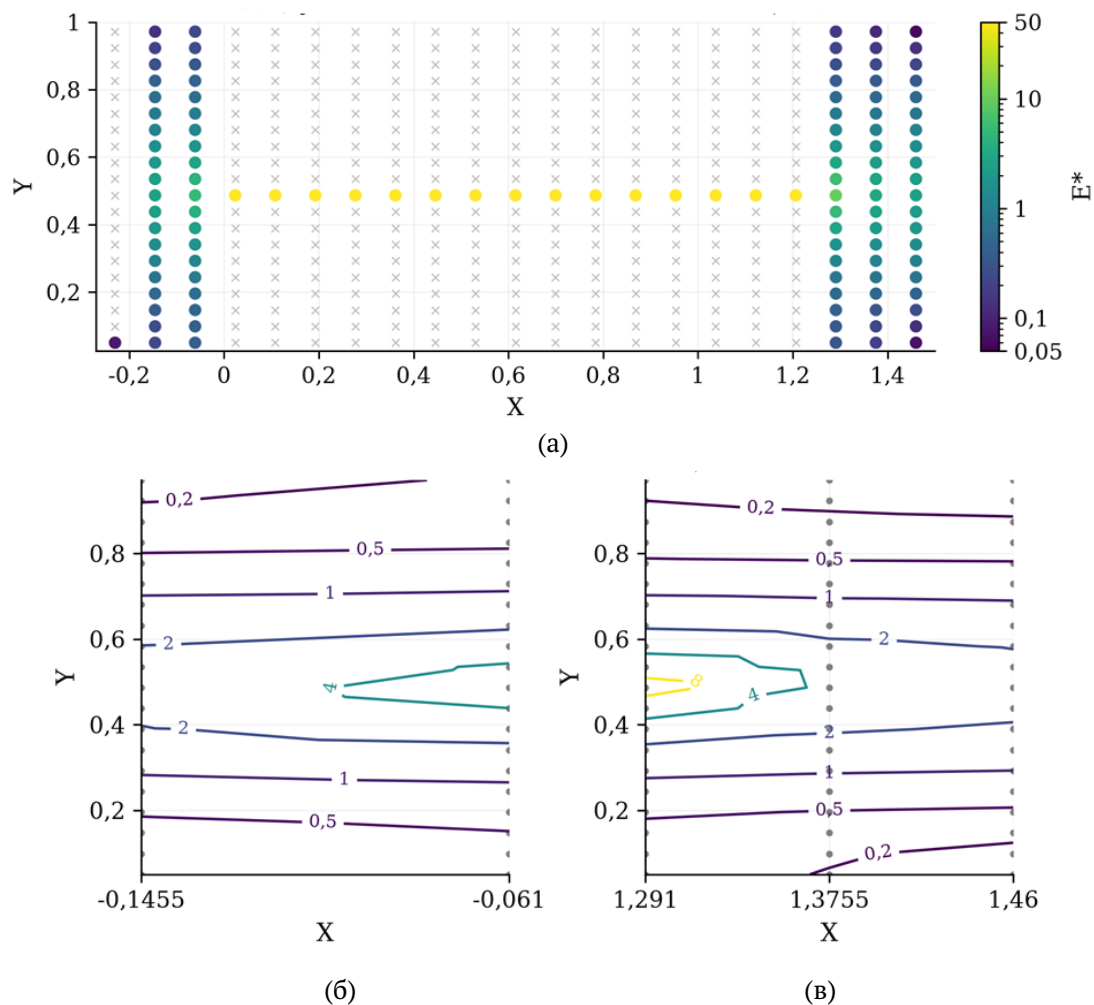


Рис. 3. Безразмерный модуль поля E^* : карта значений (а) (крестиками отмечены нулевые записи); интерполяционные изолинии в левой (б) и правой (в) боковых областях. Цветовая шкала карты логарифмическая

В расчётной выборке содержатся 116 положительных значений и 304 нулевые записи. Для интерпретации нулей необходимо учитывать принадлежность точек электролиту или электродам. Поэтому диапазоны в табл. 1 приведены для положительных отсчётов. В пределах рабочего зазора выборка содержит один ряд точек, что позволяет оценить профиль вдоль него.

3. Анализ результатов

В табл. 1 сопоставлены значения безразмерной напряжённости в рабочем сечении и боковых областях. Профиль вдоль зазора и два профиля в боковых областях приведены на рис. 4. Маркеры на графиках соответствуют исходным точкам, линии между ними служат для наглядного сопоставления.

В рабочем сечении пятнадцать значений E^* лежат в диапазоне 49,9962–50,0000. Размах относительно максимального значения составляет 0,0076 %. В пределах данной выборки поле вдоль зазора практически постоянно.

В левой боковой области наибольшее значение $E^* = 5,31094$ получено в точке $(-0,0610; 0,4865)$, в правой $E^* = 9,92884$ в точке $(1,2910; 0,4865)$. Оба максимума выборки расположены на уровне рабочего зазора. При удалении от этого уровня вверх и вниз напряжённость на рассмотренных боковых линиях уменьшается.

Изменение поля наблюдается и при удалении от зазора по горизонтали. При $Y = 0,4865$ слева E^* уменьшается от 5,31094 при $X = -0,0610$ до 2,59996 при $X = -0,1455$. Справа при $X = 1,3755$ и $X = 1,4600$ получены значения 3,15896 и 2,47978 соответственно. Карта

Таблица 1. Значения безразмерной напряжённости в выделенных областях

Область	Координаты	Число точек	Диапазон E^*
Рабочее сечение	$Y = 0,4865;$ $0,0235 \leq X \leq 1,2065$	15	49,9962–50,0000
Левая боковая область	$X < 0,0235$	41	0,0780761–5,31094
Правая боковая область	$X > 1,2065$	60	0,0607135–9,92884

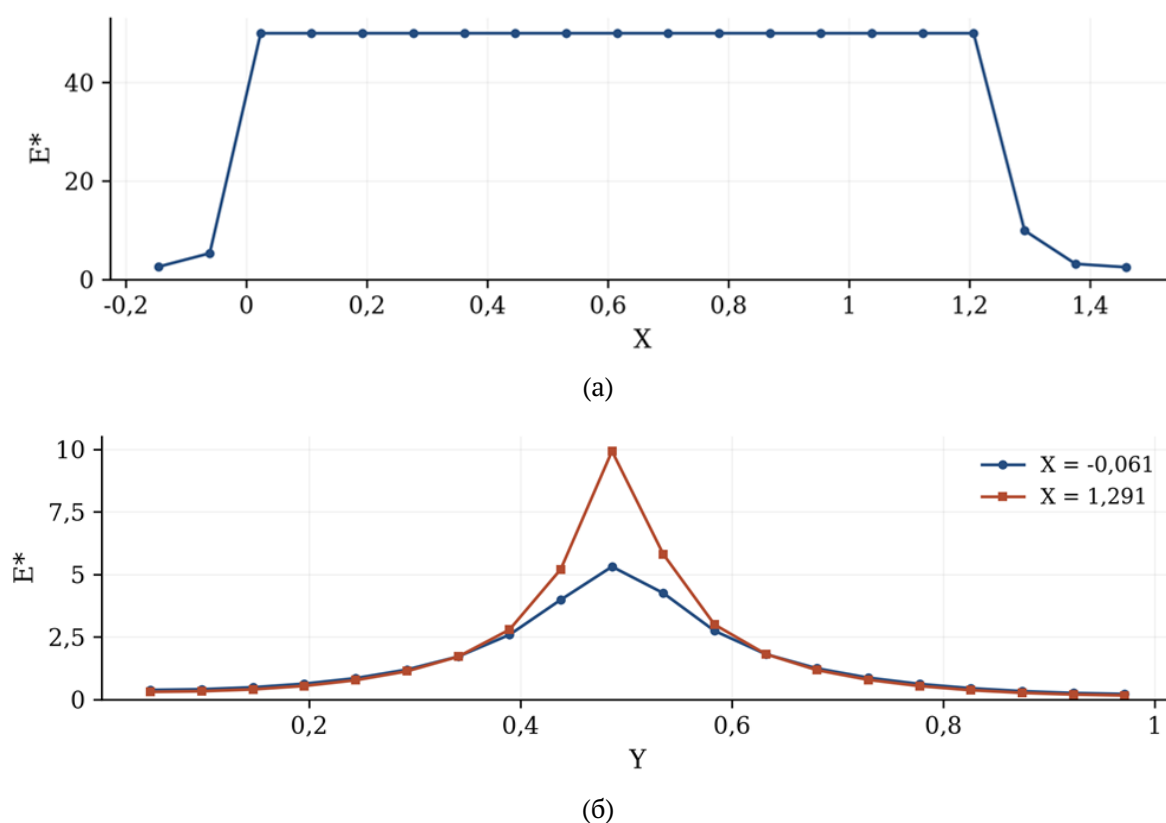


Рис. 4. Профили безразмерного модуля поля E^* : а) — вдоль X при $Y = 0,4865$; б) — вдоль Y при $X = -0,0610$ и $X = 1,2910$

и профили показывают, что повышенное боковое поле сосредоточено вблизи уровня зазора.

Правое боковое значение в выбранном сечении примерно в 1,87 раза больше левого. Эта разница относится к указанным точкам и сама по себе не определяет асимметрию тока через поверхности электродов. Приведённые максимумы характеризуют пространственное разрешение имеющейся выборки. Для исследования поля непосредственно у кромки нужны дополнительные отсчёты и проверка сеточной зависимости.

Ненулевое поле в боковых областях согласуется с предположением о возможности паразитного растворения вне зоны формообразования. Вместе с тем расчёт поля не описывает состояние пассивной плёнки. Для установления механизма повреждений требуется сопоставить распределение тока на поверхности с электрохимическими характеристиками сплава и результатами наблюдений. Зависимость анодного поведения от состава среды и поляризации, показанная для комбинированного электрода в [4], подчёркивает необходимость такого сопоставления.

Расчёт позволяет выделить участки, для которых целесообразно проверить изменение формы электрода-инструмента или размещение изоляционного экрана. Для оценки выбранного варианта следует повторить решение при изменённой геометрии и сравнить поле в рабочем зазоре и боковых областях. Применение расчётного профилирования при технологической подготовке ЭХО рассмотрено в [1, 2].

Дальнейшее развитие модели связано с учётом течения электролита и изменения формы обрабатываемой поверхности. Гидродинамическое описание явления струйности при ЭХО предложено в работе [6]. Задача изменения формы анода при неподвижном катоде-инструменте рассматривается в [7]. Включение этих процессов позволит исследовать изменение распределения поля в ходе обработки.

4. Выводы

1. Методом конечных элементов в ELCUT рассчитано электрическое поле в безразмерной двумерной модели межэлектродного пространства. По выборке из 420 точек построены карта модуля напряжённости, изолинии в боковых областях и координатные профили.
2. В выбранном сечении рабочего зазора E^* изменяется от 49,9962 до 50,0000. Наибольшие значения в левой и правой боковых выборках равны 5,31094 и 9,92884. Повышенное боковое поле сосредоточено вблизи уровня зазора и уменьшается при удалении от него вдоль рассмотренных направлений.
3. Полученное распределение позволяет наметить варианты изменения геометрии инструмента и размещения экранов. Их влияние на поле и качество поверхности следует проверить дополнительными расчётами и экспериментами.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов / Author Contributions

Концептуализация / Conceptualization: АРУ (ARU); Методология / Methodology: АРУ (ARU), ААС (AAS), НМШ (NMSH); Программное обеспечение / Software: АРУ (ARU), НМШ (NMSH); Верификация данных / Validation: НМШ (NMSH), ЕРШ (ERSH); Получение финансирования / Funding acquisition: НМШ (NMSH), ЕРШ (ERSH); Проведение исследования / Investigation: АРУ (ARU), ААС (AAS), НМШ (NMSH); Ресурсы / Resources: АРУ (ARU); Администрирование данных / Data curation: НМШ (NMSH), ЕРШ (ERSH); Создание черновика рукописи / Writing — original draft: ААС (AAS), ЕРШ (ERSH); Создание рукописи и ее редактирование / Writing — review & editing: ААС (AAS), НМШ (NMSH); Визуализация / Visualization: АРУ (ARU), ААС (AAS); Руководство исследованием / Supervision: НМШ (NMSH); Администрирование проекта / Project administration: АРУ (ARU); Получение финансирования / Funding acquisition: НМШ (NMSH).

Список литературы / References

- [1] Нехорошев МВ, Проничев НД, Смирнов ГВ. Автоматизированное профилирование электродов-инструментов при импульсной электрохимической обработке. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2014;13(5-3):158–166. [https://doi.org/10.18287/1998-6629-2014-0-5-3\(47\)-158-166](https://doi.org/10.18287/1998-6629-2014-0-5-3(47)-158-166)
Nekhoroshev MV, Pronichev ND, Smirnov GV. Automated profiling of tool electrodes in pulsed electrochemical machining. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2014;13(5-3):158–166. (in Russian)
- [2] Нехорошев МВ, Проничев НД, Смирнов ГВ. Методика создания трёхмерных твёрдотельных моделей электродов-инструментов для импульсной электрохимической обработки деталей газотурбинных двигателей в CAD-системе с их параметрической связью с программным модулем профилирования. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2015;14(3-2):418–424. <https://doi.org/10.18287/2412-7329-2015-14-3-418-424>
Nekhoroshev MV, Pronichev ND, Smirnov GV. Procedure for creating three-dimensional solid models of tool electrodes for pulsed electrochemical machining of gas turbine engine parts in a CAD system with parametric coupling to a profiling module. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2015;14(3-2):418–424. (in Russian)
- [3] Смирнов ГВ. Исследование наводораживания при окончательной импульсной электрохимической обработке пера лопаток компрессора из титанового сплава BT9. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2008;7(3):66–72. [https://doi.org/10.18287/2541-7533-2008-0-3\(16\)-66-72](https://doi.org/10.18287/2541-7533-2008-0-3(16)-66-72)
Smirnov GV. Investigation of hydrogen absorption during final pulsed electrochemical machining of compressor blade airfoils made of VT9 titanium alloy. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2008;7(3):66–72. (in Russian)
- [4] Дресвянников АФ, Салемгараева ЛР, Чонг ФТ. Особенности анодного поведения комбинированного электрода «железо–титан» в галогенид-содержащих электролитах. *Физикохимия поверхности и защита материалов*. 2020;56(3):317–322. <https://doi.org/10.31857/S0044185620030134>
Dresvyannikov AF, Salemgaraeva LR, Chong FT. Features of the Anode Behavior of the Combined Iron–titanium Electrode in Halide-Containing Electrolytes. *Protection of Metals and Physical Chemistry of Surfaces*. 2020;56(3):596–602. <https://doi.org/10.1134/S2070205120030132>
- [5] Кошев АН, Варенцов ВК. Краевые условия для дифференциальных уравнений, описывающих электрохимические процессы в реакторах с проточными трехмерными электродами. *Математическое моделирование*. 2014;26(2):11–23. <https://elibrary.ru/rxprmp>
Koshev AN, Varentsov VK. Modeling Boundary Conditions for the Differential Equations, Describing Electrochemical Processes in the Reactors With the Flow Three-Dimensional Electrodes. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2014;26(2):11–23. (in Russian)
- [6] Миназетдинов НМ. Гидродинамическая модель явления «струйности» при электрохимической обработке металлов. *Прикладная математика и механика*. 2021;85(5):664–674. <https://doi.org/10.31857/S0032823521050064>
Minazetdinov NM. A hydrodynamic model of the striation phenomenon in electrochemical machining of metals. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2021;85(5):664–674. (in Russian)
- [7] Миназетдинов НМ. Электрохимическая обработка металлов неподвижным катодом-инструментом. *Вестник Российского нового университета. Серия «Сложные системы: модели, анализ и управление»*. 2024;(2):3–9. <https://elibrary.ru/kwqnxr>
Minazetdinov NM. Electrochemical Machining of Metals With Motionless Cathode-Tools. *Vestnik of the Russian New University. Series "Complex Systems: models, analysis and management"*. 2024;(2):3–9. (in Russian)

Сведения об авторах / Information about the Authors

Александра Алексеевна Соколова

Уфимский Университет Науки и Технологий, Уфа,
Российская Федерация

Aleksandra A. Sokolova

Ufa university of science and technology, Ufa, Russian Federation
alexandrakrasich@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1528-8778

Наталья Михайловна Шерыхалина

доктор техн. наук, профессор
Уфимский Университет Науки и Технологий, Уфа,
Российская Федерация

Natalia M. Sherykhalina

Sc.D. (Engineering), Prof.
Ufa university of science and technology, Ufa, Russian Federation
n_sher2@mail.ru
ORCID: 0000-0002-2808-1311

Айрат Ренатович Ураков

кандидат физ.-мат. наук, доц.
Уфмский Университет Науки и Технологий, Уфа,
Российская Федерация

Airat R. Urakov

Ph.D. (Phys. & Math.), Assist. Prof.
Ufa university of science and technology, Ufa, Russian Federation
airat@infomobil.ru
ORCID: 0009-0000-8871-5163

Екатерина Ринатовна Шаймарданова

Уфимский Университет Науки и Технологий, Уфа,
Российская Федерация

Ekaterina R. Shaimardanova

Ufa university of science and technology, Ufa, Russian Federation

ORCID: 0009-0008-6067-0504



Инструмент оптимизации электроснабжения добывающего актива на всех этапах жизненного цикла

С.Н. Глухов✉

Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Российская Федерация

E-mail: snglukhov@mail.ru

Аннотация. Оптимизация электроснабжения нефтегазовых месторождений требует проведения сложных многовариантных расчетов. Традиционный экспертный подход вручную занимает много времени, повышает риск человеческих ошибок и ограничивает количество рассматриваемых проектных альтернатив конфигурации энергетического оборудования. В статье решается вопрос: как автоматизировать концептуальное проектирование энергосетей добывающего актива, чтобы ускорить выбор рациональных решений на всех этапах жизненного цикла? Авторы выдвигают гипотезу, что внедрение специализированного программного инструментария позволит исключить вычислительные ошибки и повысить экономическую эффективность проектных работ. Для проверки гипотезы выполнено сравнительное проектирование схемы обустройства нового месторождения двумя методами. Проведены ручной расчет экспертным способом в ПК «РН-КИН Classic» и автоматизированный расчет с использованием разработанного инструмента поддержки решений в ПК «РН-КИН.Express». В результате работы определены параметры энергопотребления объектов, рассчитаны схемы сетей 6 кВ и 35 кВ, выбраны оптимальные места размещения подстанций и марки проводов линии электропередачи. Обнаружено, что автоматизированный инструмент сокращает трудозатраты специалистов корпоративного научно-исследовательского института (КНИПИ) в 8 раз. Экономический эффект для института, разрабатывающего около 10 цифровых моделей в месяц, составляет 561 тыс. рублей ежемесячно. Разработка программного продукта стоимостью 6,9 млн. рублей полностью окупается за 12,3 месяца. Основные выводы подтверждают высокую эффективность автоматизации технико-экономического анализа. Разработанный алгоритм успешно решает проблему трудоемкости проектирования и обеспечивает поиск оптимальной конфигурации сети в сжатые сроки. Значимость результатов заключается в оптимизации инвестиционных затрат нефтегазовых компаний. Созданный инструмент позволяет сместить фокус инженеров на экспертные решения, минимизирует проектные риски, и ускоряет вывод месторождений на этап промышленной эксплуатации.

Ключевые слова: система электроснабжения; концептуальное проектирование; автоматизация; принятие решений; экономический эффект; окупаемость

Цитирование: Глухов С.Н. Инструмент оптимизации электроснабжения добывающего актива на всех этапах жизненного цикла. *Многофазные системы*. 2026;21(3):129–136.

A Tool for Optimizing the Power Supply of a Mining Asset at All Stages of Its Life Cycle

S.N. Glukhov✉

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation

E-mail: snglukhov@mail.ru

Abstract. Optimizing the power supply of oil and gas fields requires complex multi-variant calculations. The traditional manual expert approach is time-consuming, increases the risk of human errors, and limits the number of considered design alternatives for power equipment configuration. The article addresses the question: how to automate the conceptual design of a production asset's power grids to accelerate the selection of rational decisions throughout the entire life cycle? The authors hypothesize that implementing specialized software tools will eliminate computational errors and increase the economic efficiency of engineering work. To test this hypothesis, a comparative design of a new field development layout was performed using two methods. A manual calculation was carried out using an expert approach in the "RN-KIN Classic" software package, alongside an automated calculation using the developed decision support tool in the "RN-KIN.Express" software package. As a result of the work, power consumption parameters of the facilities were determined, 6 kV and 35 kV grid schemes were calculated, and optimal substation locations and power line wire brands were selected. It was found that the automated tool reduces the labor costs of Corporate Research and Design Institute specialists by 8 times. The economic effect for an institute developing about 10 digital models per month is 561 thousand rubles monthly. The development of the software product costing 6,9 million rubles fully pays

off in 12,3 months. The main conclusions confirm the high efficiency of automating techno-economic analysis. The developed algorithm successfully solves the problem of design labor intensity and ensures the search for an optimal grid configuration within tight deadlines. The significance of the results lies in optimizing the investment costs of oil and gas companies. The created tool allows engineers to shift their focus to expert decisions, minimizes project risks, and accelerates the transition of fields to the commercial production stage.

Keywords: power supply system; conceptual design; automation; decision making; economic effect; payback period

Cite: Glukhov SN. A Tool for Optimizing the Power Supply of a Mining Asset at All Stages of Its Life Cycle. *Multiphase Systems*. 2026;21(3):129–136.

1. Введение

Проектирование и эксплуатация систем электро-снабжения (СЭС) нефтегазовых месторождений на всех этапах жизненного цикла требуют комплексного технико-экономического анализа [1–3]. На стадиях проектирования и строительства выбор рациональной конфигурации оборудования и схемных решений традиционно базируется на методах многомерной оптимизации, анализе совокупной стоимости владения и жизненного цикла. В период эксплуатации ключевую роль играет адаптивный мониторинг производственных условий. При этом окончательный выбор СЭС всегда представляет собой интегральную оценку экономических, экологических факторов и требований к надежности.

Однако СЭС современных добывающих активов характеризуются высокой разветвленностью, территориальной удаленностью объектов и необходимостью автономной генерации (газовые турбины, возобновляемые источники энергии). В этих условиях традиционный экспертный подход к проектированию и ручной расчет топологии сетей, трансформации и распределения энергии приводят к ряду критических проблем:

- высокие временные затраты на обработку массивов исходных данных;
- риск ошибок из-за человеческого фактора при расчете пиковых нагрузок и резервирования;
- ограниченность анализа, не позволяющая оперативно проводить многовариантные технико-экономические расчеты (ТЭР) при изменении профилей добычи.

Для решения этих проблем необходима автоматизация процессов концептуального проектирования СЭС. В настоящей работе представлен сравнительный анализ эффективности инженерных решений, полученных двумя методами: экспертным расчетом в программном комплексе (ПК) «РН-КИН Classic» и автоматизированным способом с помощью разработанного инструмента поддержки принятия решений в ПК «РН-КИН.Express» [4–6]. Решается вопрос автоматизации концептуального проектирования энергосетей добывающего актива с целью ускорения выбора рациональных решений на всех этапах жизненного цикла. Критерием эффективности СЭС выступает разница интегральных экономических показателей рассматриваемых вариантов.

2. Расчет и проектирование схемы обустройства месторождения X

Расчет системы обустройства для нового месторождения состоит из нескольких этапов:

1. Расчет количества и расположения кустовых площадок;
2. Проектирование площадных объектов — дожимная насосная станция (ДНС), установка предварительного сброса воды (УПСВ), кустовая насосная станция (КНС) и т.д.;
3. Соединение площадных объектов системой автодорог, нефтепроводов, водоводов, газопроводов;
4. Определение потребления электроэнергии потребителями — на механическую добычу, бурение, закачку воды, подготовку нефти и т.д.;
5. Определение расположения энергоцентров — подстанций, электростанций;
6. Выбор марки линии электропередачи (ЛЭП) в зависимости от потерь напряжения.

В ходе работы была рассчитана схема обустройства месторождения двумя способами:

1. С использованием локального нормативного документа [6] для расчета электрических сетей — в ПК «РН-КИН Classic»;
2. Автоматизированным способом — используя инструмент принятия решений при оптимизации системы электроснабжения — в ПК «РН-КИН.Express».

Таким образом, экономическим эффектом будет являться разница чистого дисконтированного дохода для двух вариантов расчета. В качестве исходных данных использовались проектируемые скважины в количестве 210 шт. Расчет производился на основе прогнозного 20-летнего профиля добычи месторождения X с пиком расхода жидкости в 2025 году.

Определение положения кустовых площадок осуществлялось на основе топографии местности, экономических параметров и технических ограничений (стоимость отсыпки на суходоле — 19 000 тыс. руб., на болоте — 40 000 тыс. руб., на гидрографии — 85 000 тыс. руб., стоимость метра проходки — 2 тыс. руб., максимальное количество скважин на куст — 24). Было рассчитано

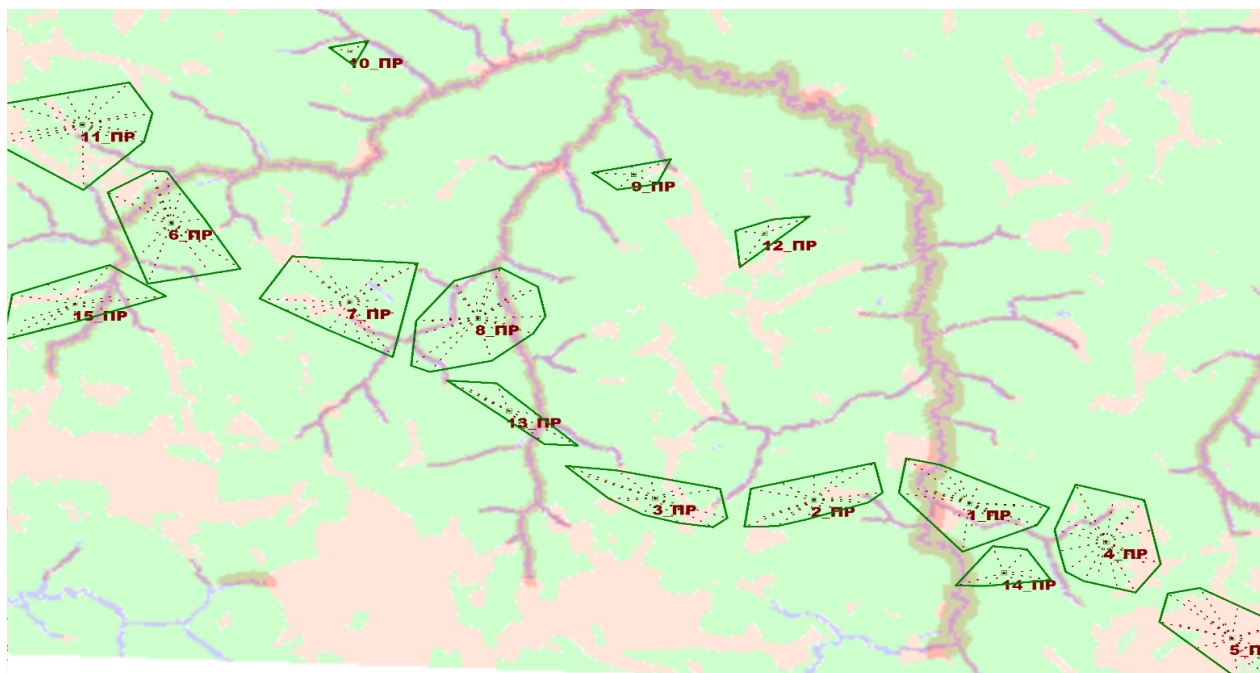


Рис. 1. Проектируемые кусты на месторождении X

порядка 2500 вариантов расположения кустовых площадок. Сокращая затраты и соблюдая технические ограничения, был выбран оптимальный вариант с количеством кустов, равным 15 (рис. 1).

3. Традиционный подход к проектированию площадных объектов без использования принятия решений

Все решения приняты экспертно в ПК «РН-КИН Classic», расчеты выполнялись вручную. Для рассматриваемого месторождения была выбрана УПСВ, расположенная в центральной части месторождения, и два КНС — для южной и северной частей.

На первоначальном этапе диаметры трубопроводов подбирались по заданной палетке — условный диаметр в зависимости от расхода и обводненности продукции. Обводненность в настоящей работе принимается как 100 % для водоводов, поэтому имеем следующую зависимость максимального потока жидкости от диаметра d : 520 м³/сут при $d = 114$ мм; 1327 м³/сут при $d = 159$ мм; 1566 м³/сут при $d = 168$ мм; 3352 м³/сут при $d = 219$ мм; 5969 м³/сут при $d = 273$ мм; 9582 м³/сут при $d = 325$ мм; 19828 м³/сут при $d = 426$ мм. После загрузки данных вся сеть была перестроена с соответствующими диаметрами. Сеть нефтесбора и сброса воды построена и представлена на рис. 2.

4. Расчет потребления электроэнергии потребителями

Для расчета потребления электроэнергии необходим профиль добычи и закачки на площадочных объектах и кустовых площадках. Привязка кустов к площад-

ным объектам представлена в табл. 1.

Расчет электрических нагрузок, определение расчетной полной мощности подстанций и выбор минимального числа трансформаторов (КТПН-630/6/0,4 кВ с коэффициент загрузки 0,7) выполнялись по стандартным общепринятым электротехническим методикам [7, 8]. Результаты расчетов по всем проектным кустам на год максимальной добычи приведены в табл. 2.

Помимо этого на начальном этапе на кустах работают буровые установки (БУ) (марка БУ 4500, мощность БУ равна 1,7 МВт). Бурение начинается с кустов с наибольшим количеством скважин (4_ПР и 8_ПР) и завершается кустом 10_ПР согласно разработанному сетевому графику. В среднем одна скважина бурится 20 дней, а кустовая площадка выводится на режим через 2 месяца после окончания бурения.

Суммарное потребление электроэнергии на месторождении определяется как интегральная сумма нагрузок ДНС с УПСВ, КНС1, КНС2, кустовых площадок и БУ. Пик нагрузок приходится на 2025 год и составляет 8,11 МВт.

Графически данные расчетов потребления электроэнергии на первые 10 лет по всему месторождению X представлены на рис. 3.

Для обеспечения бесперебойного энергоснабжения на этапе концептуального проектирования были выбраны две подстанции: ПС 35/6 2*6,3 МВА (в районе куста 2_ПР) и ПС 35/6 2*4,0 МВА (в районе куста 6_ПР), соединенные с потребителями (рис. 4). Напряжение распределительной сети выбрано равным 6 кВ.

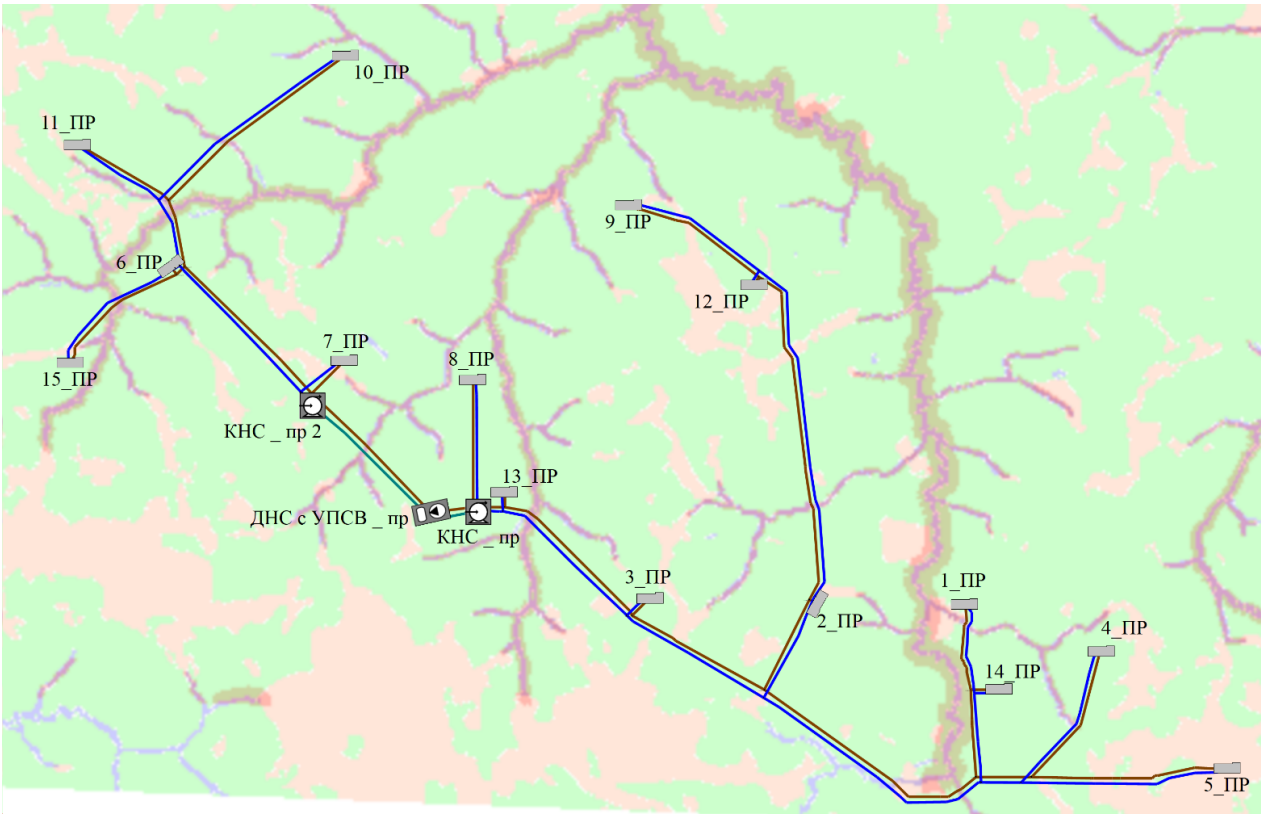


Рис. 2. Схема проектируемого обустройства месторождения X

Таблица 1. Связанность кустов с площадными объектами

Номер куста	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ДНС с УПСВ	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
КНС1	+	+	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-
КНС2	-	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+

Таблица 2. Потребление электроэнергии проектных кустов, 2025 год

Куст	Установленная мощность, кВт	Расчетная мощность, кВт	Реактивная мощность, кВАр	Полная мощность, кВА	Число трансформаторов
1_ПР	2526,0	2020,8	664,2	2127,2	5
2_ПР	2255,4	1804,3	593,1	1899,3	5
3_ПР	2120,1	1696,1	557,5	1785,4	5
4_ПР	3067,2	2453,7	806,5	2582,9	6
5_ПР	2796,6	2237,3	735,4	2355,0	6
6_ПР	3067,2	2453,7	806,5	2582,9	6
7_ПР	2661,3	2129,0	699,8	2241,1	6
8_ПР	3067,2	2453,7	806,5	2582,9	6
9_ПР	902,5	722,0	237,3	760,0	2
10_ПР	631,9	505,5	166,2	532,1	2
11_ПР	2931,9	2345,5	770,9	2469,0	6
12_ПР	767,2	613,7	201,7	646,0	2
13_ПР	1443,6	1154,9	379,6	1215,7	3
14_ПР	1443,6	1154,9	379,6	1215,7	3
15_ПР	2120,1	1696,1	557,5	1785,4	5

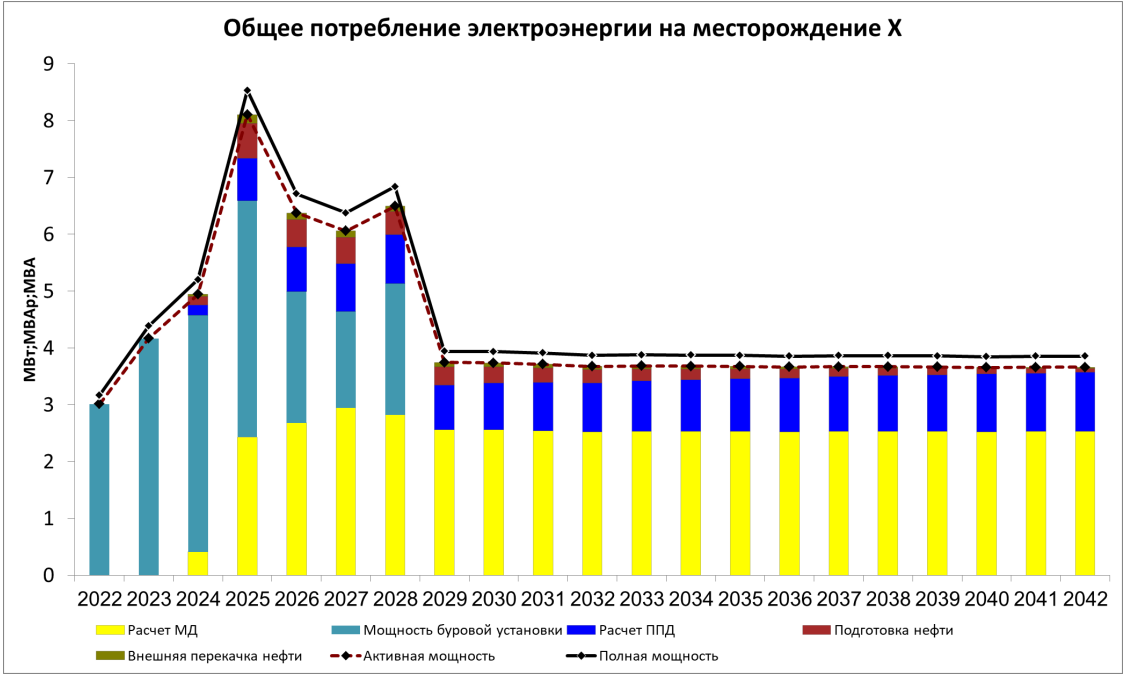


Рис. 3. Потребление электроэнергии на месторождении X

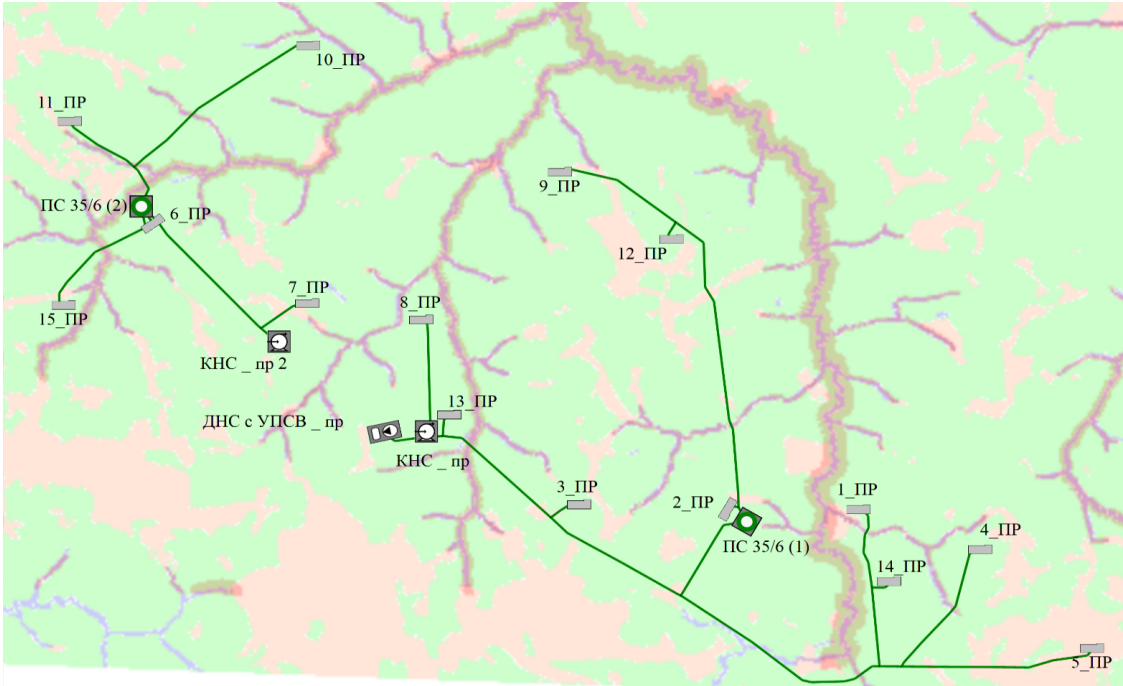


Рис. 4. Электрическая сеть 6 кВ месторождения X, построенная в ПК «РН-КИН Classic»

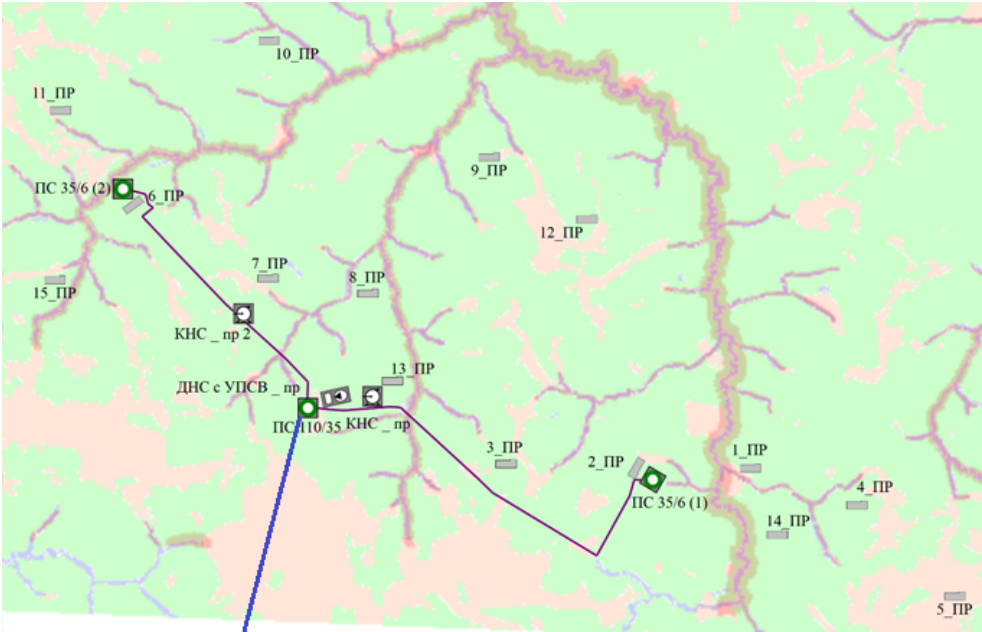


Рис. 5. Электрическая сеть 35 кВ месторождения X, построенная в ПК «РН-КИН Classic»

5. Расчет сетей 6 кВ и 35 кВ

Расчет потерь напряжения в ЛЭП и проверка загрузки проводов по току в нормальном (допустимое падение напряжения 5 %) и аварийном (допустимое падение 10 %) режимах выполнялись по стандартным методикам падения напряжения для марки провода АС-120/19. По результатам многовариантных расчетов было определено, что для фидеров «р_50-р_47» и «ПС 35/6 (1)-р_50» марка АС-120/19 не подходит из-за превышения потерь в пиковые годы (2024–2025 гг.), в связи с чем для этих участков было выбрано сечение АС-150/24.

Для связи проектируемых объектов с внешней энергосистемой в районе ДНС с УПСВ размещена опорная ПС 110/35 2*10 МВА (рис. 5). Проведенные расчеты падения напряжения и загрузки по току подтвердили, что для фидеров сети 35 кВ («ПС 110/35 – ПС 35/6 (1)» и «ПС 110/35 – ПС 35/6 (2)») марка провода АС-120/19 полностью удовлетворяет техническим требованиям (табл. 3).

6. Расчет электрической сети с помощью инструмента

Автоматизированный расчет в ПК «РН-КИН.Express» строится на основе предварительной за-

грузки стоимостных параметров объектов, линейных сооружений, а также картографических слоев (суходол, болото, гидрография, охранные зоны). После задания граничных условий и правил трассировки алгоритм автоматически выполняет привязку кустов к СЭС и генерирует оптимальную топологию электрической сети (рис. 6).

7. Расчет экономических показателей

Оценка целесообразности внедрения инструмента в практику работы КНИПИ строится на анализе сокращения трудозатрат (человеко-часов), необходимых для разработки цифровых информационных моделей (ЦИМ) с нуля [9, 10]. Срок окупаемости программного продукта определяется по отношению стоимости создания инструмента к чистой месячной экономии КНИПИ от снижения трудозатрат за вычетом затрат на техподдержку. Все стоимостные параметры сведены в итоговую табл. 4.

Согласно результатам расчета использование автоматизированного инструмента позволяет сократить временные затраты на проектирование одной ЦИМ в 8 раз (с 40 до 5 часов). При условии разработки порядка 10 ЦИМ в месяц чистый экономический эффект составляет 561 тыс. руб./мес. (рис. 7). При стоимости разработки

Таблица 3. Расчет потерь напряжения сети 35 кВ для марки провода АС-120/19, 2025 год

Наименование объекта	Режим	Мощность потребителя, кВт	Ток, А линии	Длина км	Падение напряжения, %	Загрузка ВЛ по току, %	Решение
ПС 110/35-ПС 35/6(2)	нормальный	3819	31,5	7,19	0,3	8,1	ПРОХОДИТ
ПС 110/35-ПС 35/6(2)	аварийный	3819	63,1	7,19	0,6	16,2	ПРОХОДИТ
ПС 110/35-ПС 35/6(1)	нормальный	6000	49,5	10,38	0,7	12,7	ПРОХОДИТ
ПС 110/35-ПС 35/6(1)	аварийный	6000	99,1	10,38	1,4	25,4	ПРОХОДИТ

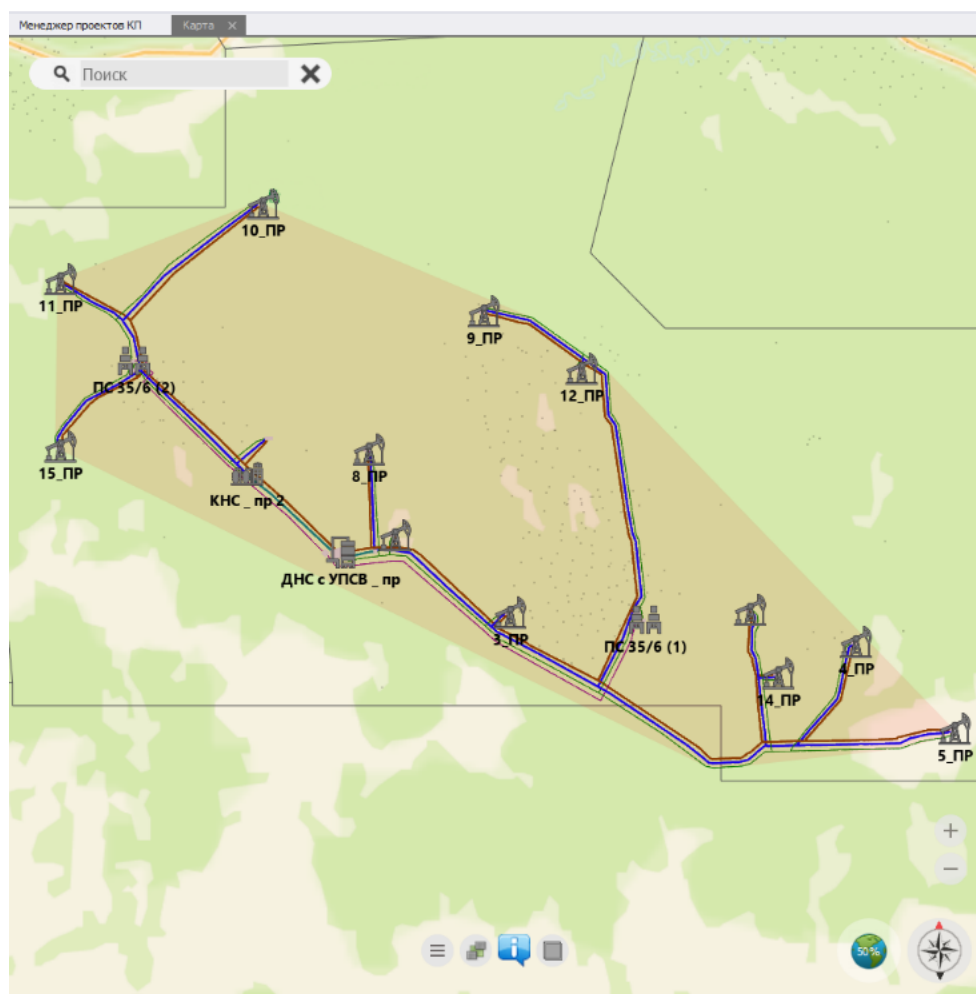


Рис. 6. Электрическая сеть месторождения X, построенная в ПК «РН-КИН.Express»

Таблица 4. Стоимостные параметры

Параметр	Без инструмента	С инструментом
Средняя стоимость одного человеко-часа КНИПИ, тыс. руб.	1,7	1,7
Время на создание/актуализацию одной ЦИМ, ч	40	5
Средняя стоимость человеко-часа техподдержки инструмента, тыс. руб.	–	1,7
Время на техподдержку инструмента, ч	–	2
Стоимость создания одной ЦИМ, тыс. руб.	68,0	11,9
Количество ЦИМ, создаваемых КНИПИ в месяц	10	10
Стоимость работы КНИПИ в месяц, тыс. руб.	680	119
Экономия в месяц, тыс. руб.	–	561
Средняя стоимость человеко-часа разработчика, тыс. руб.	–	2,4
Время на создание инструмента, ч	–	2880
Стоимость создания инструмента, тыс. руб.	–	6912
Срок окупаемости, мес.	–	12,3

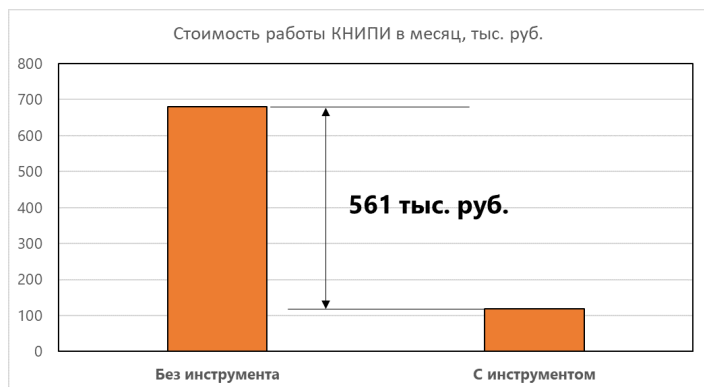


Рис. 7. Экономический эффект от внедрения инструмента для КНИПИ

продукта в 6 912 тыс. руб. расчетный срок окупаемости составляет 12,3 месяцев после коммерческого релиза.

8. Заключение

В ходе выполнения работы подтверждена высокая эффективность использования автоматизированного инструмента поддержки решений при оптимизации СЭС добывающих активов.

Основные результаты работы:

1. Выявлены ключевые недостатки ручного традиционного проектирования сетей СЭС, главным из которых является высокая трудоемкость перерасчетов при изменении технологических параметров добычи.
2. Протестирован инструмент принятия решений на примере концептуального проектирования СЭС месторождения Х. Установлено, что автоматизация позволяет сократить трудозатраты инженеров на проведение многовариантных ТЭР в 8 раз.
3. Проведена оценка экономического эффекта от внедрения ПО в практику КНИПИ: чистая экономия за счет снижения трудозатрат составляет 561 тыс. руб. в месяц при объеме в 10 ЦИМ.
4. Доказана экономическая целесообразность разработки: при стоимости создания ПО в 6 912 тыс. руб. срок окупаемости проекта составляет 12,3 месяцев.

Отметим, что традиционное экспертное проектирование СЭС «вручную» связано с высокими трудозатра-

тами, жесткими требованиями к квалификации инженера и повышенным риском появления ошибок (человеческий фактор) при обработке больших массивов динамических данных. Использование специализированного автоматизированного инструментария позволяет исключить расчетные ошибки, значительно ускорить принятие решений и осуществлять многовариантный технико-экономический расчет в сжатые сроки.

Созданный инструмент позволяет сместить фокус инженеров на экспертные решения, минимизирует проектные риски и ускоряет вывод месторождений на этап промышленной эксплуатации.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы / References

- [1] Планирование, энергетический анализ и отчетность по структуре энергопотребления в обществах группы, осуществляющих добычу нефти и газа (П2-04 ТТР-0023): типовые требования компании. Москва; 2019. 48 с.
Planning, energy analysis and reporting on the energy consumption structure in the group's companies engaged in oil and gas production (P2-04 TTR-0023): company standard requirements. Moscow; 2019. 48 p.
- [2] Иванов ВС, Соколов ВИ. Режимы потребления и качество электроэнергии систем электроснабжения промышленных предприятий. Москва: Энергоатомиздат; 2017. 336 с.
Ivanov VS, Sokolov VI. Consumption Modes and Power Quality in Industrial Power Supply Systems. Moscow: Energoatomizdat; 2017. 336 p.
- [3] Князевский БА, Липкин БЮ. Электроснабжение промышленных предприятий. Москва: Высш. школа; 2014. 210 с.
Knyazevsky BA, Lipkin BYu. Power Supply of Industrial Enterprises. Moscow: Higher School; 2014. 210 p.
- [4] Руководство пользователя «РН-КИН» модуля «Обустройство»: методические указания. Уфа; 2024. 368 с.
User Manual "RN-KIN" for the "Arrangement" module: methodological guidelines. Ufa; 2024. 368 p.
- [5] Бабанов АМ. Технология разработки программного обеспечения: структурный подход: учебное пособие. Томск: ТГУ; 2016. 157 с.
Babanov AM. Software Development Technology: A Structural Approach: a textbook. Tomsk: TSU; 2016. 157 p.
- [6] Минин ГП. Реактивная мощность. Москва: Энергия; 2017. 88 с.
Minin GP. Reactive Power. Moscow: Energia; 2017. 88 p.
- [7] Hertz DB. *Risk Analysis in Capital Investment.* Harvard; 1979. 57 p.
- [8] Glenday G. *Monte-Carlo Simulation Techniques in the Valuation of Truncated Distributions in the Context of Project Appraisal.* Harvard; 1989. 304 p.
- [9] Brealy R. *Risk Analysis in Capital Investment.* USA; 1991. 57 p.
- [10] Poulliquen LY. *Risk Analysis in Project Appraisal.* USA; 1970. 12 p.

Сведения об авторах / Information about the Authors

Сергей Николаевич Глухов
Уфимский университет науки и технологий, Уфа,
Российская Федерация

Sergey N. Glukhov
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian
Federation
snglukhov@mail.ru
ORCID: [0009-0005-8013-2314](https://orcid.org/0009-0005-8013-2314)



Автоматические методы связывания текстов с базой знаний на основе нейронных сетей

И.Л. Кузьмин✉

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

E-mail: igor_l_kuzmin@mail.ru

Аннотация. Задача связывания биомедицинских терминов с концептами медицинских баз знаний является важным этапом обработки медицинских текстов и используется в системах поддержки принятия врачебных решений, медицинском поиске и анализе научных публикаций. Несмотря на значительный прогресс в развитии нейросетевых методов, существующие решения по-прежнему сталкиваются с трудностями при обработке мультиязычных данных, с высокой вариативностью медицинской терминологии и ограниченным покрытием русскоязычных терминов в базе знаний UMLS. Целью работы является разработка метода связывания биомедицинских терминов с концептами UMLS, обеспечивающего высокое качество как для английского, так и для русского языков. Для решения поставленной задачи разработан метод, включающий подготовку базы знаний UMLS, построение индекса FAISS для быстрого поиска ближайших кандидатов, использование моделей SapBERT и BERGAMOT для получения эмбедингов терминов, автоматический перевод русскоязычных упоминаний, переранжирование найденных кандидатов на основе семантических и лексических признаков, а также агрегацию результатов на уровне концептов UMLS. Экспериментальная оценка проводилась на официальном наборе данных BioNNE-L, содержащем английский, русский и мультиязычный треки. Предложенный метод продемонстрировал конкурентоспособные результаты на всех трех треках: русскоязычном, англоязычном и мультиязычном. Проведенный анализ ошибок показал, что основными причинами снижения качества являются недостаточное покрытие русскоязычной терминологии в UMLS, омонимия медицинских терминов и сложность обработки сокращений. Полученные результаты подтверждают эффективность предложенного метода для решения задачи связывания биомедицинских терминов с концептами UMLS. Разработанный подход может использоваться при создании медицинских информационных систем, систем поддержки принятия решений, а также служить основой для дальнейших исследований в области мультиязычного biomedical entity linking и нормализации медицинской терминологии.

Ключевые слова: биомедицинское связывание сущностей; концепты; UMLS; CUI; энкодер; эмбединг; SAPBERT; BERGAMOT; FAISS

Цитирование: Кузьмин ИЛ. Автоматические методы связывания текстов с базой знаний на основе нейронных сетей. *Многофазные системы*. 2026;21(3):137–145.

Automatic Methods for Linking Texts to a Knowledge Base Using Neural Networks

I.L. Kuzmin✉

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

E-mail: igor_l_kuzmin@mail.ru

Abstract. Linking biomedical terms to medical knowledge base concepts is an important step in medical text processing and is used in decision support systems, medical searches, and scientific publication analysis. Despite significant progress in the development of neural network methods, existing solutions still face challenges in processing multilingual data, the high variability of medical terminology, and the limited coverage of Russian-language terms in the UMLS knowledge base. The goal of this work is to develop a method for linking biomedical terms to UMLS concepts that ensures high quality for both English and Russian. To address this problem, we developed a method that includes preparing a UMLS knowledge base, constructing a FAISS index for quickly finding the closest candidates, using the SapBERT and BERGAMOT models to generate term embeddings, automatically translating Russian-language mentions, re-ranking the identified candidates based on semantic and lexical features, and aggregating the results at the UMLS concept level. An experimental evaluation was conducted on the official BioNNE-L dataset, containing English, Russian, and multilingual tracks. The proposed method demonstrated competitive results on all three tracks: Russian, English, and multilingual. An error analysis revealed that the main reasons for the poor quality were insufficient coverage of Russian-language terminology in UMLS, homonymy of medical terms, and difficulty processing abbreviations. The obtained results confirm the effectiveness of the proposed method for linking biomedical terms to UMLS

concepts. The developed approach can be used in the creation of medical information systems and decision support systems, and also serve as a basis for further research in the field of multilingual biomedical entity linking and medical terminology normalization.

Keywords: biomedical entity binding; concepts; UMLS; CUI; encoder; embedding; SAPBERT; BERGAMOT; FAISS

Cite: Kuzmin IL. Automatic Methods for Linking Texts to a Knowledge Base Using Neural Networks. *Multiphase Systems*. 2026;21(3):137–145.

1. Введение

Развитие электронных медицинских карт, клинических информационных систем и цифровых библиотек привело к появлению больших объемов медицинских текстов, значительная часть которых представлена в неструктурированном виде. Для автоматического анализа такой информации необходимо не только обнаружить упоминания заболеваний, лекарственных препаратов, анатомических структур и других медицинских объектов, но и корректно их интерпретировать. Эта задача известна как Biomedical Entity Linking и является одним из ключевых этапов извлечения знаний из медицинских текстов [1].

Для стандартизации биомедицинской терминологии созданы специализированные онтологии и тезаурусы. Одним из самых развитых биомедицинских метатезаурусов является Единая медицинская языковая система (Unified Medical Language System, UMLS) [2]. UMLS объединяет десятки медицинских тезаурусов и онтологий, содержит около 4 миллионов концептов и более 13 миллионов терминов из 166 источников на 27 языках. Каждому концепту соответствует уникальный идентификатор Concept Unique Identifier (CUI), который связывает различные варианты написания, сокращения, переводы и синонимы одного медицинского понятия. Благодаря этому становится возможной стандартизация медицинской терминологии независимо от источника данных.

Несмотря на наличие крупной базы знаний, задача связывания медицинских терминов остается сложной. Один и тот же термин может соответствовать нескольким различным концептам, а один концепт, наоборот, может иметь множество синонимичных текстовых представлений. Дополнительные трудности возникают при обработке аббревиатур, сокращений, различных вариантов написания и терминов, отличающихся лишь незначительными деталями. Кроме того, пространство поиска включает миллионы терминов, поэтому последовательное сравнение входного упоминания со всеми элементами словаря оказывается вычислительно неэффективным.

Особую проблему представляет обработка русскоязычных медицинских текстов. Русскоязычные термины, в отличие от англоязычных, покрывают крайне малую долю словаря UMLS (около 2 %), многие медицинские термины отсутствуют в словаре на русском языке либо представлены ограниченным числом вариантов записи. В результате методы, ориентированные исключительно на лексическое совпадение, существенно теряют в качестве при переходе к мультязычной поста-

новке задачи.

Современные методы Biomedical Entity Linking основаны преимущественно на использовании трансформерных моделей, позволяющих строить векторное пространство медицинских терминов. Одной из наиболее используемых моделей для данной задачи является SapBERT [3], обученная таким образом, чтобы синонимичные термины, соответствующие одному концепту UMLS, располагались близко друг к другу в пространстве эмбедингов. Для мультязычной обработки была выбрана модель BERGAMOT [4]. В отличие от SapBERT модель BERGAMOT дополнительно учитывает графовую структуру UMLS.

Однако одного поиска по эмбедингам часто оказывается недостаточно. Для одного запроса могут быть найдены несколько концептов с близкими значениями косинусной близости, при этом наиболее релевантный вариант не всегда оказывается на первой позиции ранжированного списка. Дополнительная сложность связана с тем, что одному концепту UMLS может соответствовать множество терминов, различающихся по языку, форме записи и степени близости к входному упоминанию. Поэтому использование только оценки отдельных терминов не позволяет в полной мере учитывать информацию, накопленную на уровне концепта.

В настоящей работе предлагается метод автоматического связывания биомедицинских упоминаний с концептами UMLS, в котором последовательно объединяются несколько источников информации: семантическая близость в пространстве эмбедингов, лексическое сходство, соответствие семантических типов и информация о множестве терминов, относящихся к одному CUI. В отличие от подходов, использующих только семантический поиск либо дополняющих его отдельными признаками, в предлагаемом методе переранжирование выполняется после первичного поиска кандидатов, а окончательная оценка формируется на уровне CUI с использованием агрегированной оценки нескольких терминов. Для русскоязычных упоминаний дополнительно используется англоязычное представление, полученное автоматическим переводом, что позволяет использовать более полное англоязычное покрытие UMLS.

Таким образом, актуальность исследования определяется необходимостью автоматического связывания биомедицинских упоминаний с единым набором медицинских концептов при работе с большими и мультязычными словарями, а также ограниченным покрытием русскоязычной медицинской терминологии в UMLS. Новизна и оригинальность подхода заключается в совместном использовании информации о лексическом и

семантическом соответствии терминов, их семантических типах и множественности терминов, представляющих один концепт, а для русскоязычных данных — в дополнительном использовании англоязычного представления упоминания. Эффективность предложенного подхода оценивается на официальных данных соревнования Biomedical Nested Named Entity Linking (BioNNE-L) с использованием метрик Accuracy@1 , Accuracy@5 и MRR .

2. Постановка задачи и используемые данные

2.1. Постановка задачи

Задача Biomedical Entity Linking заключается в сопоставлении текстового упоминания с соответствующим концептом базы знаний. В отличие от задачи распознавания именованных сущностей, где требуется определить границы и тип сущности, на этапе связывания предполагается, что упоминание уже выделено из текста, а целью является определение его уникального идентификатора.

В работе в качестве базы знаний используется UMLS [2]. Каждый концепт UMLS имеет уникальный идентификатор CUI и может быть представлен множеством текстовых вариантов, включающих синонимы, сокращения, различные формы написания и переводы на другие языки. Благодаря этому различные текстовые представления одного медицинского понятия могут быть сопоставлены одному концепту.

Пусть задано текстовое упоминание t . Требуется определить такой концепт $c \in \text{UMLS}$, который наиболее точно соответствует семантике данного упоминания.

На практике решение этой задачи связано с рядом особенностей.

Во-первых, используемая версия UMLS содержит более четырех миллионов концептов и свыше тридцати миллионов терминов, поэтому последовательное сравнение входного упоминания со всеми элементами словаря оказывается вычислительно неприемлемым.

Во-вторых, медицинская терминология характеризуется высокой вариативностью. Один концепт может иметь десятки синонимичных вариантов записи, тогда как разные концепты нередко отличаются лишь одним словом или символом. Особенно часто подобные ситуации возникают при обработке названий заболеваний, лекарственных препаратов и белков.

Наконец, дополнительную сложность представляет мультиязычная постановка задачи. Основная часть терминов UMLS представлена на английском языке, тогда как русскоязычная часть словаря существенно меньше. Поэтому при обработке русских медицинских текстов система должна корректно находить соответствующий концепт даже в случаях, когда точное совпадение термина отсутствует в базе знаний.

Для решения перечисленных проблем в работе предлагается метод, сочетающий поиск кандидатов в

пространстве нейросетевых эмбедингов с последующим переранжированием найденных терминов и агрегацией результатов на уровне концептов UMLS.

2.2. Используемые данные

Экспериментальная оценка проводилась на данных соревнования BioNNE-L, организованного в рамках семинара BioASQ 2025 [1]. Задача соревнования заключается в связывании заранее размеченных биомедицинских сущностей с концептами UMLS.

Датасет построен на основе корпуса NEREL-BIO [5], содержащего аннотации публикаций из базы PubMed [6]. Для каждого упоминания в корпусе указаны его положение в тексте, тип сущности и соответствующий идентификатор концепта CUI из UMLS.

В датасете рассматриваются три типа биомедицинских сущностей:

- DISO — заболевания и патологические состояния;
- CHEM — химические соединения и лекарственные препараты;
- ANATOMY — анатомические структуры.

BioNNE-L включает три независимых трека: англоязычный, русскоязычный и мультиязычный, объединяющий данные обоих языков. Такой подход позволяет оценить качество методов как в пределах одного языка, так и при решении мультиязычной задачи.

Во всех экспериментах использовались официальные обучающая, валидационная и тестовая выборки датасета. Из выборок исключались упоминания со значением CUILESS, для которых отсутствует целевой идентификатор концепта. При подготовке базы знаний дополнение словаря выполнялось только терминами из обучающей выборки с сохранением их исходных CUI; данные валидационной и тестовой выборок для расширения словаря не использовались. Это позволило исключить использование целевых тестовых терминов при формировании базы кандидатов. В мультиязычном треке обучающая, валидационная и тестовая выборки содержат соответственно 26945, 4828 и 12876 упоминаний; в англоязычном треке — 2690, 2494 и 6661; в русскоязычном треке — 24255, 2334 и 6215.

3. Предлагаемый метод

Общая схема разработанного метода представлена на рис. 1. Особенностью предлагаемого подхода является последовательное объединение семантического поиска по базе UMLS с многокомпонентным переранжированием кандидатов и последующей агрегацией оценок на уровне концептов. Дополнительно для русскоязычных упоминаний используется англоязычное представление, что позволяет уменьшить влияние неполного покрытия русского языка в UMLS.

На рис. 1 показана последовательность преобразования данных от исходного упоминания до итогового ранжированного списка концептов UMLS. На вход

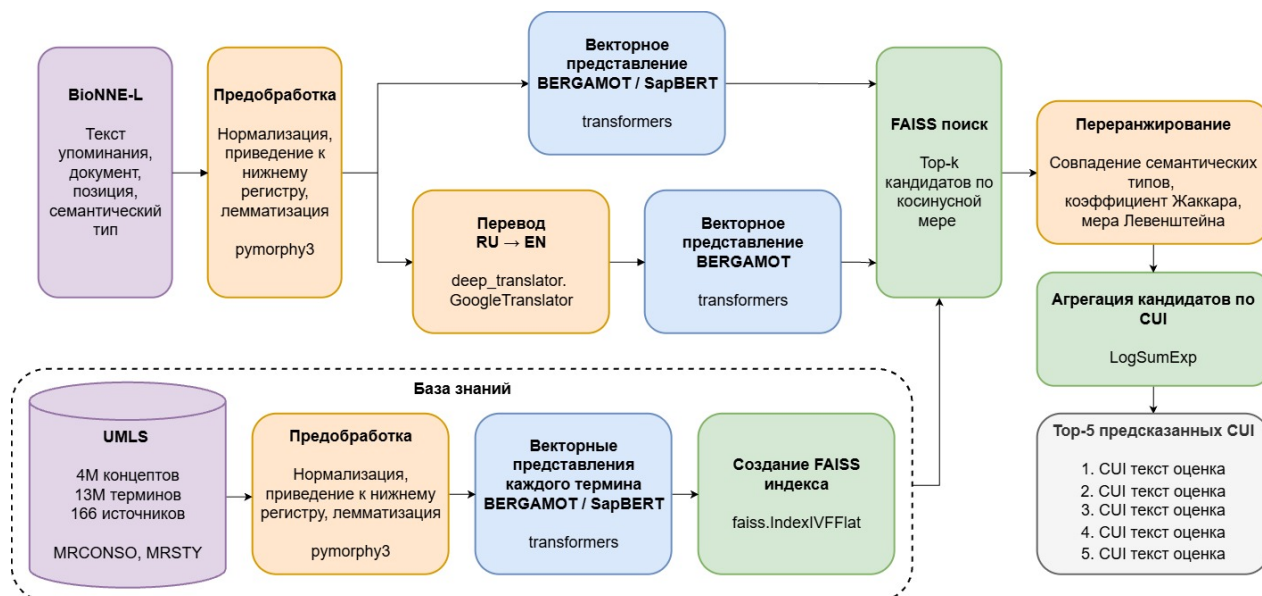


Рис. 1. Общая схема предлагаемого метода связывания биомедицинских терминов с концептами UMLS

системы поступает упоминание из набора BioNNE-L, представленное текстом, его позицией в документе и семантическим типом. После предобработки формируется нормализованное текстовое представление. Для русскоязычных упоминаний дополнительно формируется англоязычное представление, которое используется в параллельной ветви обработки.

Из блока векторного представления в индекс FAISS передается вектор упоминания. Результатом поиска является множество из 50 наиболее близких терминов UMLS, для каждого из которых известны текст термина и соответствующий CUI. На этапе переранжирования для каждого кандидата вычисляются числовые признаки семантического сходства, лексического соответствия и совпадения семантического типа. Далее кандидаты группируются по CUI, а оценки терминов одного концепта объединяются в единую оценку. На выходе формируется ранжированный список концептов UMLS, первые пять позиций которого используются при расчете Accuracy@5.

3.1. Подходы к решению задачи

В качестве близких решений рассмотрим подходы участников соревнования BioNNE-L, которые показали наилучшие результаты.

Команда VerbaNex AI Lab [7], участвовавшая в английском треке, использовала подход к связыванию сущностей на основе моделей семейства BERT. В качестве основных энкодеров рассматривались специализированные биомедицинские модели, среди которых наилучшие результаты показала SapBERT. Каждое упоминание и каждый термин UMLS кодировались векторным представлением, после чего вычислялась косинусная близость между эмбедингами. Для повышения точности применялся дополнительный этап переранжирования, на котором семантическое сходство комбиниру-

валось с лексическими метриками — коэффициентом Жаккара и нормализованной мерой Левенштейна. Веса отдельных компонент подбирались на валидационном множестве.

Подход команды LYX_DMIIP_FDU [8] направлен на повышение качества связывания сущностей за счет контекстно зависимых BERT-представлений и контрастивного обучения. В качестве базовой модели использовалась BERGAMOT-multilingual-GAT, объединяющая трансформерные представления с графовой структурой UMLS. Векторное представление формировалось с учетом контекста до и после упоминания. Обучение модели проводилось в два этапа: сначала использовалась среднеквадратичная ошибка для согласования представлений сущности с контекстом и без него, затем применялось контрастивное обучение с функцией потерь InfoNCE. В качестве положительных примеров использовались концепты с тем же CUI, а в качестве отрицательных — семантически близкие, но неверные кандидаты.

В отличие от большинства рассмотренных решений команда BlancaPlanca [9] не дообучала модель на данных NEREL-BIO. На этапе предобработки упоминания приводились к нижнему регистру, а язык определялся с использованием Unicode. Для русскоязычных упоминаний применялась лемматизация, снижающая влияние морфологической вариативности. В качестве основного энкодера использовалась BERGAMOT-multilingual-GAT, а для английского трека — gebert_eng_gat. Поиск кандидатов выполнялся по словарю UMLS, предварительно разделенному по типам сущностей DISO, CHEM и ANATOMY. Кандидаты формировались на основе точного текстового сопоставления и косинусной близости.

Рассмотренные решения используют различные способы повышения качества связывания сущностей: переранжирование на основе лексических признаков, учет контекста и контрастивное обучение, а также пред-

варительная обработка упоминаний и разделение базы кандидатов по семантическим типам. В предлагаемом методе эти направления развиваются в рамках единой последовательности обработки. После первичного семантического поиска кандидаты переранжируются с использованием лексического сходства и информации о семантическом типе, а затем оценки нескольких терминов, относящихся к одному CUI, объединяются на уровне концепта. Для русскоязычных упоминаний дополнительно используется англоязычное представление, полученное автоматическим переводом. Таким образом, новизна предлагаемого метода определяется не отдельной архитектурой энкодера, а способом организации процедуры связывания, в которой взаимодействующая информация используется последовательно на этапах поиска, переранжирования и формирования оценки концепта. Оригинальность подхода заключается в совместном учете характеристик отдельных терминов и информации о множестве терминов, соответствующих одному CUI, что позволяет перейти от ранжирования отдельных текстовых представлений к ранжированию самих медицинских концептов.

3.2. Подготовка базы знаний

Перед началом обработки текстов выполняется подготовка базы знаний UMLS. В работе использовались файлы MRCONSO.RRF и MRSTY.RRF, входящие в состав метатезауруса UMLS. Из файла MRCONSO.RRF извлекаются текстовые представления терминов, их языковые обозначения и соответствующие идентификаторы концептов CUI. Файл MRSTY.RRF используется для получения семантических типов концептов, которые впоследствии учитываются при переранжировании найденных кандидатов.

Несмотря на большой объем UMLS, часть терминов, присутствующих в обучающей выборке BioNNE-L, отсутствует в используемой версии базы знаний. Чтобы избежать подобных ситуаций, словарь был дополнен терминами из обучающей выборки с сохранением их исходных идентификаторов CUI.

После формирования словаря для каждого термина заранее вычисляется векторное представление. Полученные эмбединги индексируются с использованием библиотеки FAISS [10], предназначенной для быстрого поиска ближайших соседей в пространствах большой размерности. Благодаря предварительной индексации удается выполнять поиск среди миллионов терминов за приемлемое время без последовательного сравнения с каждым элементом словаря.

3.3. Поиск кандидатов

После подготовки базы знаний система переходит к обработке входного упоминания. На первом этапе выполняется его нормализация: удаляются лишние пробельные символы, приводится регистр и выполняется лемматизация.

Затем определяется язык входного упоминания. Если термин представлен на русском языке, дополнитель-

но формируется его перевод на английский с использованием сервиса Google Translate через библиотеку `deep_translator`. Необходимость этого этапа обусловлена тем, что англоязычная часть UMLS существенно превосходит русскоязычную по объему. Во многих случаях английский перевод позволяет найти концепты, которые отсутствуют среди русскоязычных терминов базы знаний.

После предобработки для каждого упоминания кодируется векторное представление. Для англоязычных данных используется модель SapBERT [3], обученная специально для задач медицинской нормализации. Для русскоязычного и мультязычного треков применяется модель BERGAMOT [4]. Ее архитектура объединяет текстовый энкодер и графовую нейронную сеть типа GAT. Для каждого концепта извлекается локальный подграф, и его представление формируется с учетом соседних узлов.

Полученное векторное представление используется для поиска ближайших терминов в индексе FAISS по косинусной близости. В результате формируется список наиболее релевантных терминов, который передается на следующий этап обработки.

3.4. Переранжирование и агрегация

Поиск в пространстве эмбедингов позволяет эффективно сократить пространство поиска, однако наиболее близкий термин не всегда соответствует правильному концепту. Особенно часто подобные ситуации возникают в случаях, когда различные концепты имеют близкие по смыслу названия или отличаются незначительными особенностями записи. Поэтому после поиска выполняется дополнительное переранжирование найденных терминов.

После первичного поиска кандидатов выполняется их переранжирование. Этот этап является одним из основных элементов предлагаемого метода и предназначен для устранения неоднозначности, возникающей при использовании только семантической близости. Для каждого найденного термина вычисляется итоговая оценка, объединяющая несколько независимых признаков. В качестве основного признака используется косинусная близость между эмбедингами запроса и кандидата. Кроме того, учитываются коэффициент Жаккара, который считается как отношение количества общих слов к количеству различных слов в упоминании и кандидате, нормированная мера Левенштейна, которая считает символьную близость строк, и совпадение семантического типа. Использование нескольких признаков позволяет учитывать не только семантическую близость терминов, но и их лексическое сходство, а также уменьшить количество ошибок, связанных с выбором концептов различных медицинских категорий. Весовые коэффициенты отдельных признаков подбирались экспериментально на валидационной выборке. И в результате оценка для каждого термина формировалась

по следующей формуле:

$$\text{Score} = w_{\text{sim}} \cdot \text{sim} + w_{\text{jac}} \cdot \text{Jaccard} + w_{\text{lev}} \cdot \text{Levenshtein} + w_{\text{type}} \cdot \text{TypeMatch},$$

где sim — косинусная близость между эмбедингами упоминания и термина кандидата; Jaccard — коэффициент Жаккара; Levenshtein — нормированная мера Левенштейна; $\text{TypeMatch} \in \{0, 1\}$ — индикатор совпадения семантического типа упоминания и концепта; $w_{\text{sim}}, w_{\text{jac}}, w_{\text{lev}}, w_{\text{type}} \geq 0$ — неотрицательные весовые коэффициенты признаков, удовлетворяющие условию $w_{\text{sim}} + w_{\text{jac}} + w_{\text{lev}} + w_{\text{type}} = 1$.

Весовые коэффициенты подбирались на валидационной выборке, после чего их значения фиксировались при проведении итоговой оценки на тестовой выборке. В итоговой конфигурации использовались $w_{\text{sim}} = 0.782$, $w_{\text{jac}} = 0.053$, $w_{\text{lev}} = 0.164$, $w_{\text{type}} = 0.001$ для англоязычного трека и $w_{\text{sim}} = 0.979$, $w_{\text{jac}} = 0.000$, $w_{\text{lev}} = 0.000$, $w_{\text{type}} = 0.021$ для русского и мультязычного треков.

После завершения переранжирования выполняется переход от отдельных терминов к концептам UMLS. Поскольку одному идентификатору CUI может соответствовать множество различных терминов, необходимо объединить найденные результаты на уровне концептов. Для этого все термины, имеющие одинаковый идентификатор CUI, объединяются, а их оценки агрегируются.

В работе для агрегации используется функция LogSumExp :

$$\text{FinalScore}(\text{CUI}) = \frac{1}{\tau} \log \sum_{i=1}^n e^{\tau \cdot \text{Score}_i},$$

где Score_i — оценка i -го термина после переранжирования; n — число найденных терминов, относящихся к данному CUI; $\tau > 0$ — температурный параметр.

Значение температурного параметра подбиралось на валидационной выборке. В итоговой конфигурации использовались $\tau = 50$.

Использование функции LogSumExp позволяет учитывать вклад всех найденных терминов, соответствующих одному концепту, сохраняя при этом большее влияние наиболее релевантных совпадений. При больших значениях параметра τ функция приближается к операции максимума, тогда как при меньших значениях начинает учитывать оценки большего числа терминов.

После вычисления агрегированных оценок концепты повторно сортируются по убыванию значения функции $\text{FinalScore}(\text{CUI})$. Полученный ранжированный список используется для вычисления итоговых метрик качества и формирования окончательного ответа системы.

4. Экспериментальные исследования

4.1. Метрики оценки

Экспериментальная оценка проводилась на официальных наборах данных соревнования BioNNE-L [1]. Во всех экспериментах использовались обучающая, валидационная и тестовая выборки, очищенные от строк без указания концепта.

Качество связывания биомедицинских терминов оценивалось с использованием метрик Accuracy@1 , Accuracy@5 и $\text{Mean Reciprocal Rank (MRR)}$.

Метрика Accuracy@K показывает долю случаев, в которых правильный концепт входит в первые K найденных кандидатов:

$$\text{Accuracy@K} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}(\text{rank}_i \leq K),$$

где rank_i — позиция правильного концепта в ранжированном списке кандидатов; N — количество упоминаний в тестовой выборке.

Дополнительно использовалась метрика $\text{Mean Reciprocal Rank (MRR)}$:

$$\text{MRR} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\text{rank}_i}, \quad (1)$$

которая учитывает положение правильного концепта в ранжированном списке. В отличие от Accuracy@K , данная метрика отражает качество всего ранжирования, а не только попадание правильного ответа в первые позиции.

4.2. Исследование вклада отдельных компонентов метода

Для оценки вклада отдельных компонентов предлагаемого метода проведено абляционное исследование. В качестве базовой конфигурации использовались векторное представление упоминания и поиск ближайших терминов в FAISS. Затем к базовой конфигурации поочередно добавлялись агрегация оценок на уровне CUI, переранжирование кандидатов и для русскоязычных данных автоматический перевод упоминания на английский язык. Такой порядок позволяет отдельно оценить влияние каждого дополнительного механизма на качество связывания. Эксперименты проводились на валидационной выборке, не использовавшейся для итоговой оценки на тестовых данных. Результаты представлены в табл. 1.

Результаты абляционного исследования показывают, что наибольший прирост качества среди рассмотренных компонентов обеспечивает агрегация оценок на уровне CUI. Для мультязычного трека добавление агрегации повышает Accuracy@1 с 0.50 до 0.63, для английского — с 0.47 до 0.69, а для русского — с 0.49 до 0.62. Дополнительное переранжирование также повышает качество, однако его вклад оказывается меньше. Автоматический перевод русскоязычных упоминаний дополнительно увеличивает качество связывания в русском и мультязычном треках. Таким образом, эксперимент показывает, что качество предлагаемого метода определяется совокупностью нескольких этапов обработки, при этом переход от оценок отдельных терминов к оценке концепта оказывает наиболее существенное влияние.

Все этапы обработки входных упоминаний после подготовки исходных данных выполняются автоматически и не требуют ручного выбора кандидатов или

Таблица 1. Влияние последовательного добавления компонентов предлагаемого метода на валидационной выборке

Трек	Конфигурация	Accuracy@1	Accuracy@5	MRR
Мультиязычный	Эмбединги + FAISS	0.50	0.75	0.60
	+ агрегация на уровне CUI	0.63	0.76	0.68
	+ переранжирование	0.64	0.76	0.69
	+ перевод RU → EN	0.65	0.78	0.70
Английский	Эмбединги + FAISS	0.47	0.82	0.61
	+ агрегация на уровне CUI	0.69	0.83	0.75
	+ переранжирование	0.70	0.83	0.75
Русский	Эмбединги + FAISS	0.49	0.72	0.58
	+ агрегация на уровне CUI	0.62	0.73	0.67
	+ переранжирование	0.64	0.74	0.68
	+ перевод RU → EN	0.66	0.79	0.72

Таблица 2. Сравнение результатов разработанной системы с решениями участников BioNNE-L

Команда	Мультиязычный			Английский			Русский		
	@1	@5	MRR	@1	@5	MRR	@1	@5	MRR
My model	0.68	0.82	0.74	0.69	0.84	0.76	0.71	0.82	0.75
VerbaNex AI Lab [7]	–	–	–	0.70	0.80	0.74	–	–	–
LYX_DMIIP_FDU [8]	0.68	0.84	0.75	0.66	0.84	0.74	0.71	0.84	0.76
BlancaPlanca [9]	0.61	0.81	0.73	0.64	0.83	0.72	0.72	0.83	0.76
MSM Lab [11]	0.63	0.76	0.69	0.64	0.82	0.71	0.65	0.74	0.69
dstepakov	0.63	0.71	0.66	–	–	–	0.70	0.76	0.72
ICUE [12]	0.58	0.76	0.66	0.51	0.79	0.62	0.62	0.72	0.67
baseline	0.53	0.70	0.60	0.57	0.78	0.66	0.52	0.59	0.55
NLPIMP	0.41	0.58	0.48	–	–	–	–	–	–

корректировки результатов. Автоматизация обеспечивается последовательностью программных процедур, включающих нормализацию текста, определение языка, автоматический перевод русскоязычных упоминаний, получение векторных представлений, поиск кандидатов в индексе FAISS, вычисление признаков для переранжирования, агрегацию терминов на уровне CUI и формирование итогового ранжирования. Ручное участие ограничивается предварительным выбором моделей и настройкой параметров на валидационной выборке. При обработке тестовых данных выбор кандидатов и формирование результата выполняются без участия оператора.

4.3. Результаты и сравнение с существующими решениями

Основные результаты предлагаемого метода приведены в табл. 2. Для сравнения были использованы результаты участников соревнования BioNNE-L, опубликованные организаторами. Для оценки качества использовались официальные обучающая, валидационная и тестовая выборки соревнования BioNNE-L. Тестовая выборка не использовалась при выборе моделей, весовых коэффициентов и других параметров предлагаемого метода.

Как видно из табл. 2 предложенный метод обеспечивает сопоставимое с лучшими решениями качество во всех трех рассматриваемых треках. В мультиязычном треке получено Accuracy@1 = 0.6827, Accuracy@5 = 0.8162 и MRR = 0.7430. Полученный ре-

зультат по Accuracy@1 практически совпадает с результатом LYX_DMIIP_FDU, при этом итоговое качество формируется за счет описанной в работе комбинации семантического поиска, переранжирования и агрегации на уровне CUI.

Для английского трека получено Accuracy@1 = 0.6855, Accuracy@5 = 0.8426 и MRR = 0.7604. Хотя VerbaNex AI Lab имеет более высокий Accuracy@1, предложенный метод превосходит этот результат по Accuracy@5 и MRR. Для русского трека получены Accuracy@1 = 0.7069, Accuracy@5 = 0.8164 и MRR = 0.7549, что сопоставимо с результатами лучших участников соревнования.

Таким образом, результаты показывают, что объединение поиска в пространстве эмбедингов, автоматического перевода русскоязычных терминов, дополнительного переранжирования и последующей агрегации на уровне концептов позволяет обеспечить устойчивое качество связывания биомедицинских терминов как в одноязычной, так и в мультиязычной постановке задачи.

4.4. Анализ ошибок

Для более детального анализа работы разработанного метода были рассмотрены ошибки, допущенные системой на тестовой выборке. Все ошибки были разделены на четыре категории:

- общая ошибка связывания;
- ошибка ранжирования;
- лексическая вариативность;
- омонимия.

Таблица 3. Типы ошибок связывания для русского и английского языков

Тип ошибки	Русский		Английский	
	Кол-во упоминаний	Доля, %	Кол-во упоминаний	Доля, %
Общая ошибка связывания	409	55.42	208	27.55
Ошибка ранжирования	196	26.56	68	9.01
Лексическая вариативность	98	13.28	39	5.17
Омонимия	35	4.74	440	58.28

Таблица 4. Результаты для русских и английских аббревиатур

Категория	Русский				Английский			
	<i>n</i>	@1	@5	MRR	<i>n</i>	@1	@5	MRR
Все аббревиатуры	307	0.384	0.456	0.411	335	0.409	0.528	0.460
Все аббревиатуры с наличием точного совпадения	103	0.757	0.835	0.791	290	0.466	0.590	0.518
Все аббревиатуры с отсутствием точного совпадения	204	0.196	0.265	0.219	55	0.044	0.133	0.085
Не аббревиатуры	1884	0.709	0.849	0.768	2060	0.730	0.873	0.790
Наличие точного совпадения	506	0.841	0.949	0.892	1576	0.815	0.953	0.874
Отсутствие точного совпадения	1378	0.596	0.734	0.651	484	0.450	0.611	0.517

Распределение ошибок для русского и английского треков приведено в табл. 3. Доли в таблице рассчитаны относительно общего количества ошибочных связываний в соответствующем языковом треке.

Как видно из табл. 3, характер ошибок существенно различается для русского и английского языков.

Для русского трека наиболее распространенной причиной ошибок стало отсутствие корректного концепта среди найденных кандидатов. На подобные случаи приходится более половины всех ошибок (55.42 %). Основной причиной является ограниченное покрытие русского языка в UMLS, из-за чего многие медицинские термины отсутствуют в базе знаний или представлены только в английском варианте. Второй по распространенности категорией являются ошибки ранжирования (26.56 %). В этих случаях правильный концепт присутствовал среди найденных кандидатов, однако не занимал первое место после процедуры ранжирования. Это показывает, что дальнейшее совершенствование алгоритма переранжирования остается одним из наиболее перспективных направлений развития метода.

Для английского языка картина существенно отличается. Более половины всех ошибок (58.28 %) связаны с омонимией медицинских терминов. Один и тот же термин или сокращение может соответствовать нескольким различным концептам UMLS, и, без учета более широкого текстового контекста, модель не всегда способна выбрать правильную интерпретацию.

Лексическая вариативность оказалась менее значимой категорией ошибок. После использования специализированных моделей эмбедингов и дополнительных строковых метрик ее доля составила 13.28 % для русского языка и 5.17 % для английского.

Для более детального анализа отдельно были рассмотрены сокращения и случаи наличия точного совпадения между входным упоминанием и термином из UMLS. Результаты приведены в табл. 4.

Полученные результаты показывают, что наиболее

сложной категорией являются медицинские сокращения. Особенно заметно снижение качества при отсутствии точного совпадения с термином из UMLS. В этом случае *Assigasy@1* уменьшается до 0.196 для русского языка и до 0.044 для английского.

Даже при наличии точного совпадения английские аббревиатуры демонстрируют сравнительно невысокое качество связывания. Это объясняется высокой степенью омонимии: одно и то же сокращение нередко используется для обозначения нескольких различных медицинских понятий.

Для терминов, не являющихся аббревиатурами, влияние точного совпадения выражено значительно слабее. При отсутствии полного совпадения качество также снижается, однако использование семантического поиска позволяет в большинстве случаев успешно находить корректный концепт среди близких по смыслу терминов. Для русскоязычных данных дополнительную роль играет автоматический перевод, позволяющий компенсировать ограниченное покрытие UMLS русскими терминами.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что основными источниками ошибок являются: недостаточное покрытие русскоязычной медицинской терминологии в UMLS, омонимия английских терминов и сложность обработки медицинских сокращений. Именно эти направления представляются наиболее перспективными для дальнейшего развития предложенного метода.

5. Заключение

В работе предложен метод связывания биомедицинских терминов с концептами базы знаний UMLS, ориентированный на обработку английских, русских и мультиязычных медицинских текстов. Метод объединяет подготовку базы знаний, поиск кандидатов в пространстве эмбедингов, их последующее переранжирование и агрегацию результатов на уровне концептов UMLS.

Отличительной особенностью предложенного метода является совместное использование семантического и лексического сходства с информацией о семантическом типе при переранжировании кандидатов, а также переход от оценок отдельных терминов к оценке концепта CUI с помощью функции LogSumExp. Для русскоязычных упоминаний дополнительно применяется англоязычное представление термина. Такое построение позволяет использовать взаимодополняющую информацию на разных этапах связывания и является основным методическим результатом работы.

Для построения векторных представлений использовались специализированные модели SapBERT и BERGAMOT, а для ускорения поиска по многомиллионному словарю терминов применялась библиотека FAISS. При обработке русскоязычных данных дополнительно использовался автоматический перевод терминов на английский язык, что позволило повысить полноту поиска за счет более полного покрытия англоязычной части UMLS. Для повышения качества итогового ранжирования была реализована процедура переранжирования с использованием косинусной близости, коэффициента Жаккара, нормированной меры Левенштейна и информации о семантическом типе сущности. После этого найденные термины агрегировались на уровне концептов UMLS с использованием функции LogSumExp.

Экспериментальная оценка проводилась на официальных наборах данных соревнования BioNNE-L. В результате разработанная система достигла значений Accurasy@1 0.6855, Accurasy@5 0.8426 и MRR 0.7604 для английского трека, Accurasy@1 0.7069, Accurasy@5 0.8164 и MRR 0.7549 для русского и Accurasy@1 0.6827, Accurasy@5 0.8162 и MRR 0.7430 для мультязычного. Система показала конкурентоспособные результаты в сравнении с решениями, представленными в работах других исследователей.

Проведенный анализ ошибок выявил основные ограничения метода: недостаточное русскоязычное покрытие UMLS, неоднозначность медицинских сокращений и близость текстовых представлений различных концептов. Полученные результаты показывают перспективность дальнейшего развития метода за счет расширения мультязычного покрытия базы знаний и учета контекста упоминания.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы / References

- [1] Sakhovskiy A, Loukachevitch N, Tutubalina E. Overview of the BioASQ BioNNE-L Task on Biomedical Nested Entity Linking in CLEF 2025. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:41–50. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_3.pdf
- [2] Bodenreider O. The Unified Medical Language System (UMLS): integrating biomedical terminology. *Nucleic Acids Res*. 2004;32(suppl_1):D267–D270. <https://doi.org/10.1093/nar/gkh061>
- [3] Liu F, Vulić I, Korhonen A et al. Learning domain-specialised representations for cross-lingual biomedical entity linking. In: *Proceedings of ACL-IJCNLP 2021 (Volume 2: Short Papers)*. 2021:565–574. <https://doi.org/10.18653/v1/2021.acl-short.72>
- [4] Sakhovskiy A, Semenova N, Kadurin A, Tutubalina E. Biomedical Entity Representation with Graph-Augmented Multi-Objective Transformer. In: *Findings of the Association for Computational Linguistics: NAACL 2024*. 2024:4626–4643. <https://doi.org/10.18653/v1/2024.findings-naacl.288>
- [5] Loukachevitch N, Manandhar S, Baral E et al. NEREL-BIO: a dataset of biomedical abstracts annotated with nested named entities. *Bioinformatics*. 2023;39(4):btad161. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btad161>
- [6] Jin Q, Kim W, Chen Q et al. MedCPT: Contrastive pre-trained transformers with large-scale PubMed search logs for zero-shot biomedical information retrieval. *Bioinformatics*. 2023;39(11):btad651. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btad651>
- [7] Peña Gnecco D, Serrano J, Puertas E, Martínez Santos JC. Hybrid Re-ranking for Biomedical Entity Linking using SapBERT Embeddings: A High-Performance System for BioNNE-L 2025-1. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:497–508. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_35.pdf
- [8] Liu Y, Zhu S. LYX_DMIIP_FDU At BioASQ 2025: Utilizing BERT Embeddings For Biomedical Text Mining. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:420–432. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_29.pdf
- [9] Burlova A. Navigating Partial UMLS Terminology: GAT Embeddings and Confidence Analysis for Multilingual Concept Linking. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:198–205. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_11.pdf
- [10] Douze M, Guzhva A, Deng C et al. The Faiss Library. *IEEE Trans Big Data*. 2026;12(2):346–361. <https://doi.org/10.1109/TBDATA.2025.3618474>
- [11] Li C, Zheng X, Liu S. BIBERT-Pipe on Biomedical Nested Named Entity Linking at BioASQ 2025. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:411–419. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_28.pdf
- [12] Lain AD, Lee C, Doneva SE et al. Multilingual and Nested Biomedical Named Entity Normalization via Candidate Retrieval and Lightweight Large Language Model Disambiguation. In: Faggioli G, Ferro N, Rosso P, Spina D, eds. *CLEF 2025 Working Notes. CEUR Workshop Proceedings*. 2025;4038:383–392. https://ceur-ws.org/Vol-4038/paper_26.pdf

Сведения об авторах / Information about the Authors

Игорь Леонидович Кузьмин

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Igor L. Kuzmin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

baumang@bmstu.ru

ORCID: 0009-0002-7197-1544

Содержание

С.Ф. Урманчеев

Колонка главного редактора 106–107

Механика жидкости и газа

М.В. Столповский, А.А. Насыров, И.А. Чиглинцев

Численное моделирование отбора газа и нефти из купола-сепаратора
с помощью системы соосных цилиндрических каналов 108–116

Ю.В. Юлмухаметова

Преобразования эквивалентности для линейного поля скоростей с нулевой угловой скоростью 117–122

А.А. Соколова, Н.М. Шерыхалина, А.Р. Ураков, Е.Р. Шаймарданова

Численное моделирование распределения напряженности электрического поля
при электрохимической обработке титановых сплавов 123–128

Робототехника и теория управления

С.Н. Глухов

Инструмент оптимизации электроснабжения добывающего актива на всех этапах жизненного цикла .. 129–136

И.Л. Кузьмин

Автоматические методы связывания текстов с базой знаний на основе нейронных сетей 137–145

Contents

S.F. Urmancheev

Editor-in-Chief's Column (*in Russian*) 106–107

Liquid & Gas Mechanics

M.V. Stolpovsky, A.A. Nasyrov, I.A. Chiglintsev

Numerical Simulation Of Gas And Oil Extraction From A Dome-Separator
Using A System Of Coaxial Cylindrical Channels (*in Russian*) 108–116

Yu.V. Yulmukhametova

Equivalence Transformations for a Linear Velocity Field With Zero Angular Velocity (*in Russian*) 117–122

A.A. Sokolova, N.M. Sherykhalina, A.R. Urakov, E.R. Shaimardanova

Numerical Simulation of Electric Field Distribution
in Electrochemical Machining of Titanium Alloys (*in Russian*) 123–128

Robotics & Control Theory

S.N. Glukhov

A Tool for Optimizing the Power Supply of a Mining Asset at All Stages of Its Life Cycle (*in Russian*) 129–136

I.L. Kuzmin

Automatic Methods for Linking Texts to a Knowledge Base Using Neural Networks (*in Russian*) 137–145